CLAVIS LOGISTICÆ VNIVERSÆ MATHESI SERVIENTIS.

Digitized by Google

Digitized by Google

ÆGIDII FRANCISCI
DE GOTTIGNIES
Bruxellenſis è Societate IESV
In Collegio Romano
MATHESEOS PROFESSORIS

Vniuerſæ Matheſi Seruientis

LOGISTICÆ CLAVIS

SIVE

Matheſeos candidatis maximè vtiles notitiæ, atque ſtudendi ordo : vt in ſcientifica Matheſi diſcenda, methodo noſtræ Logiſticæ: paruo tempore & labore, multum proficiant.

ROMÆ, M.DC.LXXIX.

Typis Nicolai Angeli Tinaſſij.

SVPERIORVM PERMISSV.

Digitized by Google

Digitized by Google

LECTORI STVDIOSO.

EX quo publici iuris facta eſt, noua, breuis, faciliſque noſtra methodus ad ſcientificam Matheſim conducens, quæ inſcribitur Logiſtica: non paucis ſcripta noſtra perlegentibus difficilis viſa eſt: & tamen non niſi manifeſtæ experientiæ, ſuiſque oculis & auribus denegando fidem, difficilem iudicare poterant methodum, quam tot ex meis auditoribus, etiam alijs ſtudijs implicati, tam breui tempore atque exiguo labore aſſequebantur. Hinc natæ ſuſpiciones variæ; atque inter reliquas (vt nonnulli aiebant) methodi à me propoſitæ reſeruatam mihi clauem: quibus eam concederem, compendioſam facilemque viam patere ad profundam Matheſeos intelligentiam: cæteris vero parum prodeſſe eamdem Methodum, niſi violento moleſtoque ſtudio ſuperarent non ſatis explanatas difficultates. Fateor quidem quod in ijs quæ de methodo noſtra hactenus à me ſcripta prodierunt, ſecutus non fuerim ordinem qui foret neceſſarius, vt ſingula ſucceſſiuè legendo pro vt à me proponuntur, à facilioribus ducatur exordium, atque paulatim ad difficiliora procedatur: meque alia plurima neglexiſſe quæ fuiſſent obſeruanda, vt à Matheſeos candidatis ſingula vtiliter legi poſſent eo ordine quo proponuntur. Etenim licet ſcriberem ad Matheſeos candidatos, propoſitumque mihi eſſet facilem aditum aperire, non ad obuias aliquas cognitiones Mathematicas; ſed ad intima, nobiliſſimæ huius ſcientiæ penetralia, vſque in hodiernum diem maximè abſtruſa, & non aliter quam per immenſos propemodum inſuperabileſque circuitus acceſſibilia; tamen ob multas grauiſſimaſque cauſas, neque volui, neque potui eiuſmodi ſcribendi ordinem obſeruare. Verum ſi in bibliothecis plerumque loculamento conueniant libri, qui claſſe non differunt, diuerſa-

que

Digitized by Google

que loculamenta obtineant Theologi, Mathematici, Philoſophi, Hiſtorici &c. atque hoc modo benè vtiliterque ordinentur bibliothecæ, ſiue librorum congeries: quare dicendi erunt parum vtiliter aut benè ordinati de noſtra Logiſtica agentes libelli, cum in illis ſingula ad diuerſas vt ità dicam claſſes ſpectantia, diuerſa obtineant loculamenta? At inquies bibliothecæ indicem requirunt, indigetantem vbi inueniri poſſit quod quæritur; huiuſmodi non tantum indicem, verum etiam pro Matheſeos candidatis vtilem ſtudiorum directorem exhibet præſens opuſculum, inſcriptum Logiſticæ Clauis: ex quo intelligere poterunt certum, commodum, vtilemque ſtudendi ordinem; quo à facilioribus ducendo exordium atque paulatim ad difficiliora properando, exiguo labore ac breui tempore peruenire poſſunt ad profundam minimèque vulgarem Matheſeos intelligentiam: eam ſcilicet ad quam vaſtiſſima ac multa de ſcientijs Mathematicis ſcripta volumina euoluendo pauciſſimi tandem pertingunt. In quem tamen finem, iuxta noſtram Methodum non requiritur vllus liber diuerſus à quatuor opuſculis agentibus de noſtra Logiſtica, quorum vnum inſcribitur Arithmetica introductio ad Logiſticam, alterum à me appellatur Logiſtica, tertium dicitur Idea Logiſticæ, quartum amplectitur Epiſtolas Mathematicas. Cætera de methodo noſtra agentia opuſcula hactenus non viderunt lucem, quamobrem Clauis Logiſticæ tantum agit de quatuor hic nominatis; hæc licet & mole parua, & multitudine pauca ſint, tamen ſufficiunt ad facile acquirendam Matheſeos intelligentiam quam exiſtimo non vulgarem: immo ſolidius fundatam & magis latè patentem, quam vllā inuenerim ab aliquo vno eodéq; authore propoſitā.

Logiſticæ noſtræ Clauis in quatuor capita diuiditur: in primo capite notantur aliqua vel circa ipſam Matheſim, vel circa eius obiectum, vel circa vniuerſalis Logiſticæ noſtræ Methodum: quæ ſingula tyronibus ſcitu maximè vtilia videbantur, præſertim cum Logiſtica noſtra contenta non ſit arte aliqua Matheſi ſubordinata,

ta,

Digitized by Google

ta,ſed intendat docere ſcientiam huiuſmodi artium Dominam ac Reginam, quæque tanto potiori iure præ cæteris omnibus meretur ſpecioſum ſcientiæ titulum, quanto inter reliquas cognitiones eminent, quæ habentur per propriè dictas demonſtrationes. In ſecundo capite propono nonnullas leges, quarum in diſcendo obſeruantiam, reputo planè vtilem Matheſeos candidatis. In tertio capite, enumero, atque paucis expono aliquot gradus, per quos à profunda Matheſeos ignorantia, commodè peruenitur, ad eius intelligentiam vt iam dixi non vulgarem; proponendo prius in quo conſiſtant, ſiue quid requirant ſinguli gradus: deinde indicando, quæ, aut paginæ aut capita legi debeant ex noſtris libellis, vt ſuperetur gradus propoſitus. In quarto capite obijciuntur atque ſoluuntur aliquot dubia ſiue quæſita, quorum notitiam exiſtimo multum prodeſſe poſſe ſtudioſis noſtræ Logiſticæ: tum ad profundiorem intelligentiam aliquorum quæ pertinent ad noſtram methodum; tum etiam vt melius intelligant, in quibus cum vſitatis ab alijs methodis conueniat, vel ab his differat; quod qui ignorat, profectò ſine temeritate ſtatuere non poteſt, vtrum præ cæteris quæ hactenus extant, methodus noſtra melius ſolidiuſque fundata ſubſiſtat, magis ordinatè procedat, atque altius ſeſe extollat: vel certè contra opinionem meam deficiat in his alijſque à quibus methodi æſtimatio potiſſimum deſumenda eſt. Quamobrem ſi alicui in Mathematicis verſato videatur, magis ſpecioſè quam verè à nobis dictum aliquid de noſtra Logiſtica, eum rogatum velim, vt meminerit me agere de ſcientifica Matheſi: deinde prætermiſſis etiam ſi placet reliquis omnibus, attentius perlegat integrum libelli huius quartum caput, antequam contra me ſententiam ferat.

IOAN-

IOANNES PAVLVS OLIVA

Præpoſitus Generalis Societatis Ieſu.

CVM librum cui titulus, Clauis Logiſticæ Authore P. Aegidio Franciſco de Gottignies noſtræ Societatis Sacerdote, aliquot eiuſdem Societatis Theologi recognouerint, & in lucem edi poſſe probauerint, poteſtatem facimus vt typis mandetur, ſi ijs ad quos pertinet, ità videbitur, cuius rei gratia has litteras manu noſtra ſubſcriptas, ſolitoque ſigillo munitas dedimus. Romæ 14. Ianuarij 1679.

Ioannes Paulus Oliua.

IMPRIMATVR,

Si videbitur Reuerendiſs. P. Magiſt. Sacri Palatij Apoſt.

I. de Ang. Archiep. Vrb. Viceſg.

IMPRIMATVR,

Fr. Raymundus Capiſuccus, Sacri Palatij Apoſtolici Mag. Ord. Præd.

CAPVT

CAPVT PRIMVM.

Proponuntur notæ aliquæ generales, ſpectantes ad Matheſim, vel eius obiectum, vel Logiſticæ noſtræ methodum.

SCientia quæ Matheſis dicitur, dominium habet ampliſſimum: etenim ipſi inſeruiunt quam plurimæ, nobiliſſimæque Artes, quæ ſingulæ, vt ità dicam, habent & domeſticos famulos, & ſubordinatas ſibi officinas non exiguo operariorum manualiumue numero inſtructas. Huiuſmodi Artes Mathematicæ ſcientiæ ſubordinatæ ſunt Exempli Gratia, Aſtronomica, Gnomonica, Geographica, Statica, Hydraulica, Nautica, Optica, Architectonica, aliæque quamplures. Ad Artes iſtas ſpectat in ſuis operationibus dirigere ſubordinatos manuales, atque curare, vt obſeruent leges artibus præſcriptas à Matheſi. Huiuſmodi leges condere, eaſque ex ſcientificis principijs legitimis diſcurſibus inferre, & legum cauſas intelligere: ſcientiæ Mathematicæ maximè propria occupatio eſt: quemadmodum ad artium munus ſpectat, à Matheſi præſcriptas leges percipere, illarumque exactam obſeruantiam curare, apud ſubordinatos manuales, atque operarios: præſcribendo quidem plebi infimæ, atque in officinis occupatæ in paranda ſuppellectile artium vſibus ſeruiente, modum, ſingula legitimè præparandi; domeſticos vero famulos dirigendo, in modo, & ordine adhibendi paratam ſupellectilem; adeo vt plebs infima, manuum laboribus tota occupetur, non quidem vtendis, ſed fabricandis armillaribus ſphæris, Aſtrolabijs, Quadrantibus &c. pro arte Aſtronomica. Globis, mappis deſcribendis pro arte Geographica. Rotis, trochleis, cochleis, efformandis pro Statica. Vaſis, canalibus, fiſtulis, concinnandis pro Hydraulica. Coloribus, ſpeculis, lentibus, parandis pro Optica: atque ità his alijſque artibus, vtenſilia ſiue

Digitized by Google

inſtrumenta præparando, ex quibus Arti neceſſaria vel vtilis ſupellex componitur. Præter hanc infimam plebem, quæ inter puros artifices numeratur, Artes habent nobiliores miniſtros atque domeſticos famulos, occupatos in vſu paratæ ſupellectilis: hi præſtant quidquid poſt fabricata inſtrumenta laboris requiritur, pro operationibus, obſeruationibus, finibuſque intentis ab Arte; Exempli Gratia ſiderum diametros, ab inuicem diſtantias, vel per cælum itinera obſeruando pro Aſtronomica. Ciuitatum locorumque longitudines, latitudines, diſtantias inquirendo: aut ex fabricatis mappis, determinando itinera terreſtria aut maritima, pro Geographica, vel Nautica. Ex fabricatis vaſis, fiſtuliſque, amænitati vel vtilitati ſeruientes fontes conſtruendo pro Hydraulica. Ex paratis vectibus, rotulis, cochleis, componendo machinas quæ deſideratas vires habeant: aut ea quam par eſt velocitate aut tarditate moueant, pro Statica. Coloribus adumbrando deformatas imagines, quæ ex deſiderato ſitu appareant reformatæ: aut legitimo ordine modoque diſponendo ſpecula vel lentes, quæ parua obiecta in immenſum aucta: vel remotiora obiecta veluti cominus cõſpecta oculis exhibeãt pro Optica atq; hoc modo in vſu ſupellectilis, cuilibet arti propriç eam operã conferre, quæ ad intentum finem neceſſaria eſt, pertinet ad domeſticos artium miniſtros. Singulas vero ſubordinatorum ſibi manualium operationes, ſolo ſuo imperio regere, atque ad propoſitos particulares fines dirigere: curando in omnibus exactam obſeruantiam legum aut regularum præſcriptarum à Matheſi: ipſarum Artium munus eſt maximè proprium. Matheſis, tota ſuauioribus contemplationibus ſpeculationibuſque intenta, ex ſuis principijs prius aliquas, ac deinde ex his iterum diuerſas nouaſque ſemper veritates inferendo, intellectum paſcit: atque ex cognitis veritatibus deducendo leges artium moderatrices, maximum humano generi affert emolumentum. Qui inſinuatis Matheſeos contemplationibus occupantur à nobis dicuntur Mathematici ſpeculatiui. Mathematicos practicos appellamus, qui artium Matheſi ſubordinatarum munere funguntur, ſiue immediatè per ſe, ſiue per alios operando, iuxta leges à Matheſi præſcriptas, ad praxim reducant Matheſeos ſpeculationes, externis ſenſibus exhibendo verum eſſe quod Matheſis intelligendo atque diſcurrendo cognouit: aut conſequendo finem ab arte intentum. Reliquum vulgus, non Mathematicos, ſed Mathematicorum famulos, miniſtros, manuales, aut operarios dici poſſe arbitramur.

Specu-

Digitized by Google

Speculatiuæ Matheſeos ante omnia curam ſuſcipimus; hæc, non tantum verè ac propriè ſcientia eſt: ſed etiam inter naturales ſcientias omnes amæniſſima, certiſſimaque, plurimarumque nobiliſſimarum vtiliſſimarumque artium domina eſt ac regina. Vt à profunda atque omnimoda huius ſcientiæ ignorantia, ad eius intelligentiam ſatis eminentem, ordinatè perueniatur: vtilis eſt, compendiata quidem, ſed tamen ſolida, & vt praxis ipſa abundè iam comprobauit, facilis methodus: quæ ſufficienter propoſita, atque declarata inuenitur in libellis noſtris quorum meminimus in Epiſtola ad lectorem; pro hac methodo imprimis cognoſcendum eſt Matheſeos obiectum; vt hæc cognitio habeatur, aduertendum etiam apud alios Mathematicos in confeſſo eſſe, illam ſcientiam quæ Matheſis appellatur, pro obiecto habere atque conſiderare quantitatem abſtractam à materia ſenſibili: adeoque præter materiam externis ſenſibus perceptibilem, quam Phyſicam dicimus, agnoſcunt atque admittunt, materiam ſolo intellectu perceptibilem, quam appellamus materiam Logicam. Et vero ſi de indiuiduis non datur certa ſcientia: Matheſis, quæ inter cæteras naturales ſcientias omnium certiſſima eſt, circa indiuidua verſari non poteſt: quoniam vero externis ſenſibus percipi non poſſunt niſi ſola indiuidua, Mathematicæ ſcientiæ obiectum eſſe non poteſt quantitas indiuidualis, aut externo ſenſu perceptibilis. Non nego quidem prima naſcentis Matheſeos exordia à ſenſibus externis fuiſſe ſubminiſtrata: immo vero ſi Laertio alijſque hiſtoricis credendum eſt, Philoſophorum antiquiſſimus Pythagoras Samius, primus à materia ſenſibili Geometriam abſtraxit: adeo vt reliqui antiquiores Matheſeos cultores non alijs propemodum fundamentis vterentur, pro ſuis contemplationibus Mathematicis: quam quæ à ſenſibus externis ſubminiſtrabantur, circa res quantitate præditas; inter alia nonnulla principia, in Mathematicorum ſcholis vſque in hodiernum diem vſitata, rudiorem iſtam, atque naſcentem Matheſim redolere videtur, principium aſſerens inter ſe æqualia eſſe, quæ ſibi ſuperimpoſita congruunt: hinc quidquid alij de hoc principio ſentiant (apud quos vniuerſæ propemodum Geometriæ non vnica quidem, ſed prima, atque neceſſaria baſis eſt) à nobis non admittitur pro ſpeculatiua Matheſi: vt monemus pag. 64. Ideę noſtræ Logiſticæ.

Iam vero, ſi illa ſcientia quæ Matheſis appellatur, tanquam proprium ſuum obiectum conſiderat quantitatem, nullo externo ſenſu, ſed ſolo intellectu perceptibilem: profecto ſine intelli-

gentia aut conſideratione obiecti Matheſeos, ipſius Matheſeos intelligentiam conſequi vellet, qui nollet contemplare entia, nullo ſenſu, ſed ſolo intellectu perceptibilia: qualia ſunt entia ab indiuidualibus diſtincta, nimirum generica, ſpecifica, vniuerſalia, quæ à parte rei non dantur, neque exiſtunt, & tantum cognoſcuntur per mentis operationes pertinentes ad Logicam, atque hoc ex capite à nobis non male dicuntur entia Logica. Hæc notare volui in gratiam eorum qui potius in mechanicorum manualiumue officinis, quam in Mathematicis ſcholis Matheſim edocti: conqueruntur de entibus ſolo intellectu perceptibilibus quæ conſiderantur in noſtra Logiſtica: quaſi vero dicendi forent Mathematici, hoc eſt periti illius ſcientiæ quæ Matheſis appellatur: qui Matheſi aliquem famulatum præſtant: nullaque intercederet differentia, inter reginam & ſubditas, dominam & ſeruas.

His obiter, ſed non ſuperuacaneè prænotatis; vt intelligatur Matheſeos obiectum, ſiue quid, aut quæ ſit illa quantitas cuius proprietatibus contemplandis occupatur Matheſis: diligenter aduertendum, quod vox quantitas dupliciter intelligi poſſit: primò, vt ſignificet præcisè illud a quo aliquid propriè magnum vel paruum dici poteſt; Secundò, vt ſignificet præcisè illud, quod propriè magnum vel paruum dici poteſt; ſupponendo nihil propriè magnum vel paruum dici poſſe, niſi tripliciter: nimirum à magnitudine vel paruitate extenſionis: aut certe à pluralitate vel paucitate terminationum in aliquo genere: vel à magnitudine vniuerſali quæ tantum ad priores duas reſtringibilis eſt. In priori ſenſu intellecta quantitas à nobis appellatur quantitas abſtracta: in poſteriori ſenſu intellecta vox quantitas à nobis dicitur quantitas concreta, quę aliter citra æquiuocationis periculum dici poteſt quantum; adeo vt quantitas abſtracta à quantitate concreta differat eo modo, quo differt albedo ab albo: durities à duro: fluiditas à fluido: dulcedo à dulci: extenſio ab extenſo &c. Igitur ſuppoſito quod vox diſcretio ſignificet illud à quo aliquid ſæpius, aut minus ſæpe terminatum dici poteſt in aliquo genere: quodque vox magnitudo ſignificet illud à quo aliquid propriè dici poteſt maius vel minus altero, ſiue ratione extenſionis, ſiue ratione diſcretionis, altero maius aut minus dicatur: quantitas abſtracta ſignificabit illud idem quod ſignificat vox magnitudo: nimirum illud à quo aliquid propriè dici poteſt maius vel minus altero, vel ipſi æquale: ſiue ratione extenſionis, ſiue ratione diſcretionis altero maius dicatur, vel minus, vel ipſi æquale; concreta

Digitized by Google

creta vero quantitas ſignificabit idem quod ſignificat vox quantum: nimirum illud quod reſpectu facto ad aliud propriè magnum vel paruum dici poteſt vel ipſi æquale: ſiue ratione extenſionis ſiue ratione diſcretionis magnum dicatur, vel paruum, vel ipſi æquale.

Obiectum quod contemplatur illa ſcientia quæ Matheſis dicitur, non eſt quantitas abſtracta, ſed quantitas concreta, ſiue quantum; atque hæc concreta quantitas paſſim apud Mathematicos exprimitur per vocem quantitas ſimpliciter poſitam ſine vlteriori reſtrictione: adeo vt apud ipſos, voces quantitas, & quantum, nihil diuerſum ſignificent quando de ſpecifica quantitate agitur, atque oppoſitum expreſſe non indicatur. Hunc loquendi vſum, vtpote iam communiter admiſſum, retinemus in noſtra Logiſtica. Legatur pagina 82. & 83 Logiſticæ.

Ex his ſatis conſtat, quid, & quæ ſit illa quantitas cuius proprietatibus contemplandis occupatur Matheſis: atque eius obiectum non eſſe aliquod ens externis ſenſibus perceptibile, hoc eſt ens aliquod Phyſicum, vt nos loquimur: ſed ens aliquod perceptibile ſolo intellectu, quæ entia à nobis dicuntur entia logica. Conſequenter ad hunc loquendi modum Matheſim diſtinguendo in puram & mixtam, puram Matheſim dicimus illam ſcientiam quæ tota verſatur in contemplandis proprietatibus illius quantitatis quam paulò antè diximus eſſe Matheſeos obiectum: quemadmodum verò hæc quantitas nullo externo ſenſu perceptibilis eſt, ità circa ipſam nihil immediatè cognoſci, ſiue percipi poteſt, aliquo externo ſenſu: ex quo fit, quod pura Matheſis nulla fundamenta ſiue principia mutuetur ab externorum ſenſuum experientia: ſed in ſtabiliendis ſuis concluſionibus nulla alia adhibet principia, quam quæ intellectui à ſuo creatore infuſum lumen reddit indubitata: quæque appellantur principia rigoroſa, ſiue nota ex ipſis terminis; vel certe principia non rigoroſa, quæ intellectus vera cognouit, non lumine naturæ, non legitimis diſcurſibus tantum innixis principijs rigoroſis, ſed vt ità dicam experientia: quia huiuſmodi aſſertiones ſupponendo, ex ipſis legitimè vera plurima, falſi nunquam aliquid inferre potuit. Matheſim mixtam, ſiue Phyſico-Mathematicam, appellamus illam ſcientiam, quæ tota verſatur inferendis contemplandiſque veritatibus quæ conſequuntur, partim ex veritatibus ad puram Matheſim pertinentibus, partim ex veritatibus ſpectantibus ad puram Phyſicam: ſuppoſito quod per veritates ad puram Phyſicam ſpectantes illæ tantum intelligantur, quæ vel immediatè

Digitized by Google

diatè externorum ſenſuum experientia cognoſcuntur, vel ex his inferuntur: adeo vt ad ſcientiam Phyſico-Mathematicam pertineant, omnes & ſolæ illæ veritates, quæ immediatè vel mediatè inferuntur, partim ex veritatibus ad puram Matheſim, partem ex veritatibus ad puram Phyſicam ſpectantibus; ex quo manifeſtum eſt, quod planè præpoſtero ordine ad Phyſico-Mathematicam procederetur, neglecta, aut pura Matheſi, aut pura Phyſica; non nego quidem inter naturales ſcientias nulli alteri aut præſtantia, aut vtilitate, aut amænitate ſecundam eſſe Phyſico-Mathematicam: ex qua propemodum dependet totius mundi partiumue eius cognitio, atque ſingularum fere artium directrices regulæ deriuantur; immo apud me paruo in pretio eſt, quidquid ex pura Matheſi, aut pura Phyſica parum vtile eſt pro Phyſico-Mathematica; quoniam tamen ſine ſolida Matheſi pura, planè vacillat Phyſico-Mathematica, ante omnia ſolicita eſt Logiſtica noſtra, de ſolida Matheſi pura.

Logiſtica noſtra exordium ſumit à primis fundamentis ſcientiarum Mathematicarum, atque expoſito commodo aliquo modo compendiatè ſcribendi, proponit quatuor praxes ſiue operationes, nimirum quantitatum Additionem, Subtractionem, Multiplicationem, & Diuiſionem: deinde pergit ad principia Matheſi propria, modumque & ordinem inſtituendi diſcurſus, atque adhibendi prædictas operationes; etenim præter hæc vix aliquid requiri exiſtimamus ad ſolidam Matheſeos notitiam aſſequendam: omnes enim cognitiones ad Matheſim pertinentes, vel eſſe principia, vel eſſe veritates quæ ex principijs conſequuntur, manifeſtum eſt: quare ad ſolidam Matheſim conſequendam nihil requiri poteſt, vltra principia quæ ſufficiant ad inferendas concluſiones, & Methodum, ſiue modum ſufficientem, vt ex principijs inferantur cæteræ concluſiones: & ſi Logiſtica noſtra ſufficienter exponat Methodum qua ex principijs reliquę Matheſeos concluſiones inferri poſſunt (in quo præcipua difficultas ſita eſt) ac præterea tradat principia, quæ ad inferendas concluſiones ſufficiant: negari non poterit Logiſticam noſtram docere quidquid requiritur ad ſolidam numeriſque omnibus abſolutam Matheſim. In hac Logiſticæ noſtræ methodo, compendiatæ ſcriptiones, atque practicæ quatuor operationes, ità fere ſe habent: vt conceptuum compendiata repræſentatio per characteres, ſe habet in reliquis ſcientijs: etenim non ſunt partes aliquæ conſtituentes Matheſim, ſed aliqua requiſita, atque vtilia, vt iuxtà methodum Logiſticæ noſtræ addiſcatur Matheſis: quæ tota

conſiſtit

conſiſtit in intelligentia principiorum, concluſionumque, ſiue veritatum ex principijs dependentium: & cognitione modi quo ex principijs reliquæ concluſiones inferuntur. Vt melius intelligatur quid cum Matheſi commune habeant prædictæ quatuor operationes, prodeſſe poſſet reflexio 3. partis primæ cap. 4. Ideæ Logiſticæ: ex qua non difficile erit intelligere, quare, noſtro iudicio, omni ex parte abſolutam perfectamque Matheſim poſſideat, quem nihil latet ex ijs quæ pertinent, tum ad prædictas quatuor operationes: tum ad methodum & ordinem eas adhibendi; atque vnuſquiſque tantum & non amplius in ſcientijs Mathematicis profeciſſe dicendus ſit, quantum profecerit in intelligentia principiorum atque cognitione modi & ordinis vtiliter adhibendi prædictas operationes, ad conſequendum propoſitum finem.

CAPVT SECVNDVM.

Proponuntur atque exponuntur leges nonnullæ, noſtram methodum diſcentibus vtiles.

LEX PRIMA.

ANte expletum tyrocinium ne velint de doctrina iudicium ferre. Vbi verò iudicandi tempus aduenerit, ſtatuant quod ratio dictat, non quod ſuadet apprehenſio.

AD ſtatuendum quid de Methodo aliqua ſentiendum, quidue pro ipſa admittendum ſit, aut reijciendum: vltra non mediocrem iudicij maturitatem, requiritur non leuis cognitio ipſius Methodi; hæc in tyrone ſupponere nihil aliud foret quàm cum intelligentibus ignorantes, cum doctoribus diſcentes confundere; quare monentur noſtræ Logiſticæ candidati, vt circa ea quæ ad Logiſticam pertinent, iudicium ſuſpendant, donec tyrocinij tempus expleuerint: atque peruenerint ad ſufficientem notitiam methodi, quæ Logiſticæ noſtræ propria eſt. Expleto verò

tyrocinio

tyrocinio monentur, vt de hac noſtra methodo, ſingulisque ad ipſam ſpectantibus ſtatuant, quod dictat ratio, non quod ſuadet apprehenſio; oppoſitum faceret, qui Exempli Gratia terminos intelligendo, non in ſenſu qui in definitionibus à nobis propoſitis declaratur, ſed in ſenſu quem ipſe ſibi imaginatur, aut ex alijs nobiſcum non ſentientibus didicit, ſtatueret de doctrina noſtra: pro qua neque ſemper ſufficit, neque ſemper admittitur terminorum expoſitio, quæ apud alios, etiam maximi nominis authores inuenitur; exemplum videri poteſt in dubio primo capite 4.

LEX SECVNDA.

NOn abſoluta, ſed conditionata credulitas, vel in ſupponendo facilitas, initio ſumma ſit: hæc paulatim tantundem decreſcat atque imminuatur, quantum creſcit intelligendi peritia.

NEmo in Mathematicis verſatus, ignorat, neque apud Euclidem, neque apud vllum alium authorem inueniri Matheſeos elementa rigorosè demonſtrata: ſiue ſtabilita legitimis diſcurſibus in quibus nihil prorſus ſupponatur quod lumine naturæ, ſiue ex ipſa terminorum intelligentia immediatè non conſtet verum eſſe: qua de re videri poteſt reflexio 4. cap. 4. partis primæ Ideæ Logiſticæ, & præterea dubium nonum capitis quarti hic. Præterea iuuat hoc loco notare ſatis manifeſtum eſſe quod in ea Matheſi nihil inueniri poſſit immediatè notum ex ipſis terminis, in qua termini non ſufficienter exponuntur: iam vero vt cætera omittam, vix inuenies authorem, qui vel proponat, vel ſaltem ità proponat definitiones continuæ atque diſcretæ quantitatis, vt ex ipſis definitionibus percipi poſſit, quid ſint, vel in quo inter ſe differant iſtæ quantitates: vel vtrum inueniatur diſcreta quantitas diuerſa ab illa ſpecie diſcretarum quantitatum quæ apud nos conſtituitur à numeris vulgaribus. Similiter tam præclara eſt illa proportionis definitio, quæ ab Euclide, tradita paſſim in vſu eſt: vt ex ipſa ne quidem conſtet an verum vel falſum ſit, proportionem eſſe quantitatem, & conſequenter admittere proprietates quantitatibus omnibus communes, atque Exempli Gratia per additionem neceſſariò augeri; per ſubtractionem neceſ-

Digitized by Google

neceſſario imminui: proportioneſque non minus per alias proportiones multiplicari aut diuidi poſſe, quam numeri aut aliæ quantitates &c. Iam vero ſi apud alios Mathematicos inueniatur tanta penuria rigoroſorum principiorum, & tamen reliqua principia à rigoroſis diuerſa potius dicenda ſint credi, quam ſciri: nihil noui requirit hæc ſecunda lex noſtra, exigendo facilitatem in credendo; immò minorem credulitatem exigit quam ab alijs pleriſque Mathematicis requiratur; quandoquidem eam tantum exigat à tyronibus necdum capacibus de Mathematicis doctrinis iudicium ferre: neque tamen ab his exigat aſſenſum abſolutum, ſed tantum conditionatum, ac talem, quo pro tyrocinij tempore vt legitimas & veras, ſed tamen poſtea accuratius examinandas admittant, definitiones, aſſertioneſque à me propoſitas. Qui (vt ſubinde ab alijs fieri intellexi) oppoſitum tyronibus præſcriberet, ac vellet, vt in diſcendo nihil admitterent quod non legitime probatum conſtaret: atque deinde non pateretur reuocari in dubium quæ ſemel admiſſa ſunt vt vera, profecto docendi methodum aſſumeret, commodiſſimam ad decipiendum; quandoquidem nihil facilius ſit quam tyronibus incerta pro certis vendere. Quid prima fronte certius atque magis indubitatum, quam omne totum ſua parte maius eſſe: quam multas tamen iſta propoſitio reſtrictiones requirat, vt admitti poſſit inter axiomata rigoroſa, videri poteſt pag. 63. Ideę Logiſticę; non nego quidem quod veriſſima ſit, atque per ſe nota in eo ſenſu in quo debet intelligi, & vt ſuppono ab alijs Mathematicis intelligitur: hunc tamen ſenſum non inuenio declaratum apud ſcriptores Elementorum: quod hunc ſenſum per ſeipſos aſſequi poſſint tyrones, mihi ſaltem probabile non videtur. Denique ſi quod ſemel admiſſum eſt inter certa, vlteriori poſtea examini ſubijcere, atque in dubium reuocare non liceret; tantum conceſſum foret in Mathematicis veluti manibus palpando, non acutioribus oculis indagando examinare veritatem: tyronibus enim ad ſummum perceptibiles ſunt errores magis palpabiles; non vero illi, qui licet ſubinde non ſint minus noxij, tamen non percipiuntur niſi expertis acutioribuſque mentis oculis, quales in tyronibus inueniri non poſſunt.

Digitized by Google

LEX TERTIA.

TErminorum exacta intelligentia, tunc tantum diligenter curanda, quando vſus id poſtulat.

TAmetſi apud alios Matheſeos ſcriptores, minus quam nos laborantes de exacta intelligentia terminorum, ſatis vſitatum ſit, initio atque ſucceſſiue breuiter proponere definitiones: tamen hunc ſcribendi modum, neque volui, neque potui retinere: quandoquidem methodus noſtra exigat, non leuem aliquam, ſed maxime exactam terminorum expoſitionem: proindeque magis expedire videbatur, eo loco exponere terminos, vbi vſus occurrit: & quo loco ſinguli expoſiti inueniantur notare in indice: vt conſulendo indicem commode inueniri poſſit deſiderata expoſitio termini, ſiue vocis, cuius intelligentia requiritur; quod ideo etiam faciendum putaui, ne ſuperfluo labore ab ipſo ſtatim initio putentur diſcendi ſinguli termini: ſed vtantur indicibus appoſitis noſtris opuſculis, quemadmodum latinæ linguæ ſtudioſi vtuntur ſuo Calepino: quem ſciunt non ſtatim aut ſucceſſiue memoriæ mandandum eſſe, ſed tunc adhibendum atque conſulendum, quando de alicuius vocis ſignificatione dubium occurrit.

LEX QVARTA.

PRius tyrones curent rudiorem intelligentiam & vſum noſtri methodi: deinde inchoatum opus paulatim perficiendo, pergant ad elegantiora atque magis difficilia.

HAnc legem obſeruabit, qui perlectis quæ capite primo breuiter notauimus circa noſtram methodum, obſeruabit ſtudendi ordinem in ſubſequentibus gradibus præſcriptum: ità vt ad vlteriorem gradum non procedat, niſi anterioribus ſuperatis; cæterum quod hac lege præſcribitur: paſſim obſeruari à pictoribus, ſculptoribus, Architectis, atque ab ipſa etiam natura, nemo vt opinor eſt qui ignorat.

CAPVT

Digitized by Google

CAPVT TERTIVM.

Proponuntur atque declarantur aliquot gradus, per quos, à profunda Matheſeos ignorantia, ad eius ſatis eminentem intelligentiam, commodè aſcenditur.

PRimus gradus, conſiſtit in notitia practica Arithmeticæ vulgaris; quæ vltra quatuor operationes, nimirum Additionem, Subtractionem, Multiplicationem, & Diuiſionem, amplectitur regulam auream. I.

VT hic gradus commode ſuperetur: primo diſcendus eſt modus legendi, & ſcribendi numeros vulgares, qui traditur cap. 1. Arithmeticæ introductionis ad Logiſticam. Deinde modus inſtituendi Additionem, Subtractionem, Multiplicationem, & Diuiſionem circa numeros vulgares integros, vt docetur cap. 2, 3, 4, & 5 Arithmeticæ introductionis ad Logiſticam; ex pluribus tamen praxibus inſtituendi Multiplicationem aut Diuiſionem, quæ prædicto cap.4. & 5. traduntur, vna ſufficit: atque cæteris præferenda, non quæ commodius diſcitur, ſed quæ magis commoda eſt pro vſu practico. Tertio addiſcenda eſt regula aurea, quæ traditur capite 8. Arithmeticæ introductionis ad Logiſticam; vbi proponitur, vnica, atque magis vſitata praxis inſtituendi regulam auream; plures aliæ inueniuntur pagina 119. eiuſdem Arithmeticæ introductionis. Quarto diſcendus modus practicus inſtituendi prædictas quatuor operationes circa numeros vulgares fractos, de quo agitur capite 7. Arithmeticæ introductionis ad Logiſticam. Denique notandum eſt diligenter quod moneo pagina 57. & 58. Arithmeticæ introductionis ad Logiſticam, nimirum regulam auream eſſe praxim, qua, datis tribus

Digitized by Google

numeris inuenitur quartus proportionalis: & quomodo per multiplicationem examinari poſſit an quatuor numeri ſint proportionales, vel non ſint proportionales. Licet verò hic moneam diligenter curandum vt ſciatur quomodo practicè inueniri poſſit, ac certo ſtatui, an propoſiti quatuor numeri ſint proportionales, vel nō ſint proportionales: non ideo tamen neceſſarium eſt, vt ſpeculatiuè ſciatur, ſiue intelligatur, quid ſit proportio, vel quid ſit quatuor numeros eſſe proportionales.

II. SEcundus gradus, conſiſtit in notitia practica quatuor operationum, inſtitutarum circa quaslibet quantitates repræſentatas ſcriptione Logiſtica.

PRo hoc ſecundo gradu prius diſcendum eſt, quid ſignificent ſinguli characteres quos commoditatis gratia aſſumimus pro noſtra Logiſtica; hoc docetur cap. 1. lib. 1. noſtræ Logiſticæ. Secundò, diſcendus modus practicus inſtituendi operationes vniuerſales, qui traditur cap. 2. lib. 1. noſtræ Logiſticæ: & totus conſiſtit in modo, ſiue ordine ſcribendi, datas, atque ſcriptionibus Logiſticis compendiatè repræſentatas, quantitates.

Nota primò. Inter diſcendum quæ hic diximus ad ſecundum gradum ſpectare, ſi aliquam moleſtiam creent, illa in quibus agitur de numeris radicalibus, ſiue ſcriptiones quæ legi non poſſunt niſi adhibendo vocem Radix: poſſunt liberrimè negligi à tyronibus, & tantum diſci poſt ſuperatum gradum ſeptimum.

Nota ſecundo. Si placeat intelligere ſignificationem ſignorum † & —, legi poteſt ſecunda pars appendicis lib. 2. Logiſticæ, ſiue pag. 90, & ſequentes.

Nota tertio. Si inter legendum occurrat vox cuius ſignificatio non ſufficienter intelligatur, neque ſatis exponatur in Calepino à Grammaticis vſitato, aut diuerſam apud nos ſignificationem habeat, vt accidit vocibus *plus* & *minus*: conſulendo indicem poſitum ad calcem lib. 2. Logiſticæ, vel in fine ideæ Logiſticæ, inuenietur indicatus locus, in quo exponitur vox cuius ſignificatio deſideratur.

III. TErtius gradus conſiſtit, in remedijs immediatè conducentibus, & magis neceſſarijs, vt ex operationibus vniuerſalibus orta producta longiora contrahantur, atque breuiori, & pro Logiſtica vtili ſcriptione exprimantur.

Pro

Digitized by Google

PRo hoc gradu requirimus pauca, ſed maximè neceſſaria problemata aliqua, quorum vſus frequentiſſimus eſt in noſtra Logiſtica: nimirum problema primum, tertium & quintum cap. 3. lib. 1. Logiſticæ. In primo citato problemate, docetur modus inueniendi vnum membrum, æquiualens duobus membris diuerſis, atque connexis ſigno † vel ſigno — : quando membra illa ſimilia ſunt, ſiue conſiderata independenter à ſuis ſignis, ſpecie non differunt inter ſe. Reliqua duo citata problemata, pro aliquibus caſibus, docent modum inueniendi vnum membrum, quod æquiualeat duobus membris, particula *in* vel particula *per* connexis. Cætera eiuſdem capitis tertij problemata, ſeruiunt quidem ad finem in hoc tertio gradu propoſitum: differri tamen poſſunt ad alium gradum in quo moneo ſingula legenda eſſe, ſi non videantur intellectu facilia, aut ſuperflua; cum enim in problemate 2, 4, & 6 tantum præſcribatur ſucceſſiuus, atque iteratus vſus, primi, vel tertij, vel quinti problematis: aliquibus, his intellectis, illa videntur ſuperflua, tametſi alijs videantur vtilia ſaltem pro tyronibus. Problema 7. agit de numeris radicalibus, adeoque pro hoc gradu omittendum: quandoquidem in gradibus præcedentibus præſcriptum fuerit omittere ſingula quæ pertinent ad numeros radicales, ſuo tempore conſiderandos.

QVartus gradus, amplectitur varios modos, quibus ex vna æquatione, infertur altera æquatio; & præterea modum reſoluendi æquationes ſimplices, conſiſtentes inter duas quantitates abſolutas, quarum altera cognita ſit. IV.

EX varijs modis pro hoc gradu requiſitis, atque vtilibus, vt ex vna æquatione alteram inferendo, tranſeatur ab æquatione minus commoda vel vtili, ad aliam commodiorem vel vtiliorem.

Primus modus ſit, qui docetur cap. 4. lib. 1. Logiſticæ: vel certe reſultat ex Antitheſi & requiſitis pro tertio gradu; pro quo prius diſcenda Antitheſis. Deinde reflectendum, quomodo mediante Antitheſi & ijs quæ ſpectant ad præcedentem gradum, facile contrahi poſſint plurimæ æquationes longiores; Exemp. Gr. prius in propoſita longiori æquatione, pro ſingulis membris particula *in* vel *per* connexis ſubſtituendo membra ſimplicia prioribus æquiualentia, atque inuenta per problema tertium,

vel

Digitized by Google

vel quintum cap. 3. lib. primi Logiſticæ. Deinde per Antitheſim ſingula membra ſimilia, hoc eſt quæ independenter à ſignis ſuis, ſpecie conueniunt, transferendo ad eamdem æquationis partem. Denique pro membris ſimilibus ſignis + vel — connexis ſubſtituendo vnum membrum ipſis æquiualens, atque inuentum per problema primum cap. 3. lib. 1. Logiſticæ. Exempla huius modi contrahendi æquationes longiores recurrunt propemodum in ſingulis ſolutionibus problematum propoſitorum in libro ſecundo Logiſticæ: neque vllam habet difficultatem, ſuppoſitis requiſitis pro præcedenti gradu, & Antitheſi, quam hic monuimus prius diſcendam eſſe. Hic modus contrahendi longiores æquationes continetur problemate primo cap. 5. lib. 1. Logiſticæ, quod tamen problema citare nolui pro hoc gradu, quia amplius aliquid proponit, atque etiam agit de numeris radicalibus, quorum conſiderationem differimus ad octauum gradum.

Secundus modus fit, qui docetur problemate 2. cap. 5. lib. 1. Logiſticæ: quod problema vtile eſt, vt in aliquibus circumſtantijs, ex æquatione conſiſtente inter ſolos numeros denominatos, ſiue incognitas quantitates: inferatur, æquatio, conſiſtens inter numeros denominatos & vulgares, ſiue quantitates incognitas & quantitates cognitas.

Tertius modus fit, qui docetur theor. 4. cap. 8. lib. 1. Logiſticæ, ſiue potius in axiomate 3. pag. 99. Ideæ Logiſticæ (vtrobique enim eadem veritas proponitur, quæ tamen iuxta aliorum de proportionibus doctrinam, etiam prius à nobis adhibitam, & ſuppoſitam in lib. 1. Logiſticæ, dici debet, theorema: verùm iuxta nobis propriam doctrinam, traditam in parte 4. Ideæ Logiſticæ, eſt veriſſimum atque rigoroſum axioma) hic modus vtilis eſt, vt ex æquatione conſiſtente inter duas proportiones, inferatur æquatio conſiſtens inter duas quantitates abſolutas, ſiue diuerſas à proportionibus: aut viciſſim, vt ex æquatione conſiſtente inter aliquas quantitates abſolutas, ſiue diuerſas à proportionibus, inferatur æquatio conſiſtens inter duas proportiones. Exempli Gratia, iuxta hunc modum ſuppoſito quod 14 *ad* 4 = 21 *ad* 6 quæ æquatio conſiſtit inter proportiones: legitime infertur, ergo 14 *in* 6 = 4 *in* 21: quæ æquatio conſiſtit inter quantitates abſolutas, ſiue diuerſas à proportionibus; & viciſſim, ſuppoſito quod 14 *in* 6 = 4 *in* 21: quæ æquatio conſiſtit inter quantitates abſolutas, legitime infertur, ergo 14 *ad* 4 = 21 *ad* 6: quæ æquatio conſiſtit inter proportiones.

Quartus

Quartus modus ſit, quo ex æquatione, in cuius vna vel vtraque parte inuenitur fractio, ſiue vna quantitas per aliam diuiſa: infertur æquatio, in cuius nulla parte inuenitur fractio, ſiue quantitas per aliam diuiſa. Exempli Gratia ſuppoſito quod A = C *per* D, in cuius æquationis vna parte inuenitur fractio, legitime infertur, ergo A *in* D = C, in cuius æquationis nulla parte inuenitur fractio. Similiter ſuppoſito quod A *per* B = C *per* D, quæ eſt æquatio in cuius vtraque parte inuenitur fractio, legitimè infertur, ergo A *in* D = B *in* C, quæ eſt æquatio in cuius nulla parte inuenitur fractio. Ex his duabus illationibus, prior ſeparatim docetur prob. 4. cap. 5. lib. 1. Logiſticæ; ſecunda verò illatio ſatis immediatè conſtat ex veritate aſſerta, tam in theor. 4. cap. 8. lib. 1. Logiſticæ, quam in axiomate 3. pag. 99. ideæ Logiſticæ, ſuppoſito quod ſciatur, quod quoties A *per* B = C *per* D, etiam neceſſario A *ad* B = C *ad* D.

Quintus modus ſit, qui docetur tum in axiomate 8. cap. 8. lib. 1. Logiſticæ; tum etiam in theoremate 5. partis 4. ideæ Logiſticæ; hic modus vtilis eſt, vt ex vna æquatione conſiſtente inter duas proportiones, inferatur alia æquatio etiam conſiſtens inter duas proportiones; quod docetur quatuor diuerſis modis variando terminos proportionum æqualium; & primo quidem, inuertendo dictos terminos: ſic vt ſinguli qui prius fuerant antecedentes, fiant conſequentes: & ſinguli qui fuerant conſequentes fiant antecedentes; atque ità ſuppoſito quod A *ad* B = C *ad* D, inuertendo legitimè ſequitur, ergo B *ad* A = D *ad* C. Secundo permutando dictos terminos, ſic vt vnus qui prius fuerat conſequens fiat antecedens: & vnus qui fuerat antecedens fiat conſequens. Exempli Gratia, ſuppoſito quod A *ad* B = C *ad* D, permutando ſequitur, ergo A *ad* C = B *ad* D. Tertiò componendo, ſiue potius addendo dictos terminos: ſingulos ſcilicet antecedentes ſingulis conſequentibus, ità vt aggregata ex additione producta, fiant antecedentes, vel conſequentes termini. Exempli Gratia, ſuppoſito quod A *ad* B = C *ad* D, componendo legitimè ſequitur, quod A + B *ad* B = C + D *ad* D: & inſuper, quod A *ad* A + B = C *ad* C + D. Quarto diuidendo, ſiue potius ſubtrahendo dictos terminos: ità vt differentiæ antecedentium & conſequentium terminorum, fiant, vel antecedentes, vel conſequentes termini. Exempli Gratia, ſuppoſito quod A *ad* B = C *ad* D, diuidendo ſequitur, quod A − B *ad* B = C − D *ad* D: & prætereà quod A *ad* A − B = C *ad* C − D.

Poſtremum ex ijs quæ ad hunc gradum ſpectant, ſiue reſolu-

tio

Digitized by Google

tio æquationum ſimplicium proponitur cap. 7. lib. 1. logiſticæ: pro qua vix aliud requiritur quam vſus regulæ aureæ, ſpectantis ad primum gradum.

Nota quod pro hoc gradu requiramus quidem praxes aliquas ex proportionum doctrina deriuatas, non tamen praxium fundamenta, ſiue proportionum doctrinam: quoniam tamen in aliquibus ex his praxibus agitur de proportionibus, æqualibus inter ſe, ſufficit hic aduertere, tunc verum eſſe quod A *ad* B = C *ad* D, quando A *in* D = B *in* C: an verò A *in* D = B *in* C, ſine difficultate cognoſcitur, quoties ſingulæ quantitates A, B, C, D, cognitæ ſunt; quoties verò ſingulæ iſtæ quantitates, ſiue proportionum termini cogniti non ſunt, non aliter quam ex ipſa hypotheſi; vel per illationem ex hypotheſi legitimè deductam cognoſci poteſt, vtrum A *ad* B = C *ad* D.

V. QVintum gradum ſtatuimus in mediocri intelligentia, & vſu, regulæ Logiſticæ: quæ proponitur cap. 9. libri primi Logiſticæ.

NOta, præcedentes gradus omnes eſſe purè practicos, adeo vt pro ipſis nulla vllius ſcientiæ fundamenta, à Logica vel Dialectica ſubminiſtrata requirantur: hic verò præſuppoſitis praxibus ſpectantibus ad anteriores gradus, inchoatur methodus inſtituendi diſcurſus in forma ſyllogiſtica: vt ex circumſtantijs cognitis in problemate legitimè propoſito, inferatur eius ſolutio: atque ad hunc finem maxime vtilia aliqua præcepta, ordinemque diſcurſus inſtituendi: continet regula Logiſticæ.

Vt hic gradus commodè ſaperetur: primò aduertendum ad ſingula præcepta, quæ in ipſa regula proponuntur; deinde in exemplo regulæ appoſito conſiderandum, quomodo regulæ præcepta obſeruando, ex ijs quæ ſupponuntur cognita legitimo diſcurſu inferatur problematis ſolutio; neque curandum quod problema difficile non ſit, aut aliter ſolui poſſit: etenim pro regulæ declaratione, facile exemplum requireba tur; quodque aliter ſolui poſſit, nihil impedit aut imminuit, eius vtilitatem pro regulæ declaratione. Tertiò, ad pleniorem intelligentiam regulæ Logiſticæ; vtile foret legere reflexionem ſextam pag. 91. Arithmeticæ introductionis ad Logiſticam. Quartò, ad acquirendum vſum practicum regulæ Logiſticæ qui pro hoc gradu ſufficiat: vtile eſt prius in problematibus capitis primi lib. 2. Logiſticæ, vltimo prætermiſſo, obſeruare, quomodo iuxta regulæ præſcripta inferatur ſolutio; deinde problematum ſimplices ti-

tulos

Digitized by Google

tulos deſcribendo, proprio marte tentare illationem ſolutionis, iuxtà regulæ præſcripta: non tamen conſulendo ſolutionem problemati appoſitam, niſi quando non ſuccedit tentatus diſcurſus.

Nota primo. Ne in tentanda proprio marte ſolutione alicuius problematis libri ſecundi vt iam diximus, nimium, iuuet felicior memoria, atque exercitij huius fructum impediat: vtile eſt, in titulo problematis qui deſcribitur, ſimpliciter mutare litteras repræſentantes numeros incognitos; præterea in diſcurſu quo ſolutio infertur nihil (quod ex vi formæ ſyllogiſticæ non ſequitur) inferre, vel aſſumere, prætermiſſa citatione, vel capitis, vel problematis, ex quo conſtet legitime ſequi vel aſſumi, quod infertur, vel aſſumitur, ſic enim melius diſcuntur, & altius inhærent ſingulæ praxes, ſpectantes ad anteriores gradus. Vt in exemplo melius intelligantur quæ hic vltimo loco notaui: mutatis litteris numeros indeterminatos ſignificantibus, appono hic problema ſecundum cap. 1. lib. 2. Logiſticæ: atque eius ſolutioni, addo citationes de quibus hic egimus.

Problema.

Differentia duorum numerorum C & D ſit 12, & ratio minoris numeri C, ad maiorem D, ſit 2 *ad* 3.

Oporteat inuenire numeros C & D.

Solutio. Quoniam per hypotheſim minor numerus eſt 1 C 1, ex ipſa hypotheſi patet, D = 1 C 1 † 12: igitur per hypotheſim, 1 C 1 *ad* 1 C 1 † 12 = 2 *ad* 3: ergo per theorema 4 cap. 8. lib. 1. Logiſticæ, 1 C 1 *in* 3 = 1 C 1 † 12 *in* 2: ſed per problema 3. cap. 3. lib. 1. Logiſticæ, 1 C 1 *in* 3 = 3 C 1, & præterea per idem problema 1 C 1 † 12 *in* 2 = 2 C 1 † 24; ergo, 3 C 1 = 2 C 1 † 24: ergo per antitheſim, 3 C 1 − 2 C 1 = 24: ſed per prob. 1. cap. 3. lib. 1. 3 C 1 − 2 C 1 = 1 C 1: ergo 1 C 1 = 24: ergo per hypotheſim minor numerus C, eſt 24: ergo per hypotheſim maior numerus D = 24 † 12 = 36. igitur minor numerus C, eſt 24: & maior numerus D, eſt 36.

Si pro ſimili exercitio placent alia, atque paulo difficiliora problemata: talia inuenies capite 2. lib. 2. Logiſticæ: & in parte ſeptima ideæ Logiſticæ: pro his tamen requiritur notitia aliquarum praxium ſpectantium ad tres gradus proximè ſubſequentes.

VI. SExtum gradum ſtatuimus, in modo, ſiue praxi, examinandi vtrum in caſibus particularibus vera ſint theoremata vniuerſalia, quæ proponuntur in appendice lib. 2. Logiſticæ.

VT hic gradus ſuperetur prius diſcendum problema primum, & quartum, cap. 6. lib. 1. Logiſticæ. Deinde aſſumendo pro libitu numeros vulgares, qui ſignificentur per litteras in theoremate adhibitas (quique tales ſint quales requiruntur in hypotheſi) inueniatur valor vtriuſque partis æquationis quæ aſſeritur: vt ſic conſtet, an vtramque partem æquationis exponendo, habeantur numeri inter ſe æquales: adeoque verum ſit, quod in theoremate aſſeritur: Exempli Gratia in primo theoremate agitur de quibuſcunque duobus numeris A & B, & dicitur in prima aſſertione ſemper verum eſſe, quod A 2 † B 2 & † A *in* 2 B = A † B *q*; itaque ſupponendo quod ſingulæ litteræ A & B, ſignificent ſingulos numeros vulgares, qualeſcunque illi ſint: atque Exempli Gratia quod A = 2, & quod B = 3: inuenies primo quod A 2 = 4, deinde quod B 2 = 9, tertiò quod A *in* 2 B = 12: & conſequenter A 2 † B 2 *et* † A *in* 2 B = 4 † 9 † 12 = 25. Rurſus manente eadem hypotheſi circa valorem litterarum A & B, inuenies, quod A † B = 5: atque adeo A † B *q* = 25: hinc conſtat vtriuſque partis æquationis propoſitæ valorem eſſe 25: & conſequenter in hac particulari, atque aſſumpta hypotheſi, verum eſſe, quod in theoremate aſſeritur vniuerſaliter verum eſſe, qualeſcunque ſint numeri A & B. Simili modo in caſibus particularibus examinare poſſe an verum ſit aliquod theorema appendicis, eſt illud, quod requirimus pro hoc gradu.

VII. SEptimus gradus eſt, ex problematibus particularibus eruere vniuerſalia, atque ex his deducere theoremata vniuerſalia.

VT hic gradus commodè ſuperetur, primò conferendum problema pag. 62. Logiſticæ propoſitum, cum problemate 1. quod habetur pag. 87. Logiſticæ; primum problema particulare eſt, atque reſtrictum ad certos determinatoſque numeros: alterum vniuerſale eſt, atque indeterminate agit de quibuſcunque numeris: & licet ob iſtam vniuerſalitatem longe præſtantius ſit, tamen eadem propemodum facilitate ſoluitur. Ex hoc Exemplo ſatis patet, quæ differentia intercedat, inter problema particulare & vniuerſale; ſiue in proponendo, ſiue in ſoluendo problemate,

Digitized by Google

blemate, quare reliquum eſt, vt hoc exemplum imitando reliqua cap. 1. libri ſecundi problemata particularia, vniuerſaliter proponendo atque ſoluendo, diſcant particularia problemata conuertere in vniuerſalia; vbi ſaltem initio conſultum eſt, in reliquis problematibus, numeris vulgaribus expreſſam proportionem non variare, aut vniuerſaliter proponere. Denique quomodo ex vniuerſali problemate vniuerſale theorema deducatur, ſatis videtur patere ex exemplo propoſito pag. 89. lib. 1. Logiſticæ, vbi notatur theorema vniuerſale, deductum ex problemate vniuerſali, quod habetur pag. 87. Logiſticæ.

Pro faciliori intelligentia atque exemplo, eius quod hic dictum eſt, de modo, quo ex particulari problemate, eruitur problema vniuerſale: ſiue proportio relinquatur particularis, atque vulgaribus numeris expreſſa, & conſequenter non fiat maxime vniuerſale: ſiue etiam ipſa proportio reddatur vniuerſalis, atque adeo problema fiat maxime vniuerſale; vtilia erunt tria ſubſequentia problemata. Primum eſt particulare, atque illud idem quod ſecundo loco proponitur in capite primo lib. 2. Logiſticæ, Secundum non differt à primo, niſi quod vniuerſalius proponatur, ſeruata tamen proportione particulari, atque expreſſa numeris vulgaribus. Tertium non differt à primo, vel ſecundo, niſi quod maxime vniuerſale ſit, ità vt etiam ipſa proportio ſit vniuerſalis, ſiue quæcunque.

Problema I.

Differentia duorum numerorum X & Z, ſit 12: atque X *ad* Z = 2 *ad* 3.

Oporteat inuenire ſingulos numeros X & Z.

Solutio. Per hypotheſim $X + 12 = Z$: ſed etiam per hypotheſim X *ad* Z = 2 *ad* 3: ergo X *ad* $X + 12$ = 2 *ad* 3: ergo per axioma 3. cap. partis 4. Ideæ Logiſticæ, X *in* 3 = $X + 12$ *in* 2: ergo per prob. 3. cap. 3. lib. 1. Logiſticæ, $3X = 2X + 24$: ergo per antitheſim, $3X - 2X = 24$: ergo per prob. 1. cap. 3. lib. 1. Logiſticæ, $X = 24$: ſed per hypotheſim $X + 12 = Z$: ergo $Z = 24 + 12 = 36$. Igitur numerus X eſt 24, & numerus Z eſt 36.

Digitized by Google

Problema II.

DIfferentia duarum quantitatum X & Z, ſit F: atque X *ad* Z = 2 *ad* 3. Denique cognita ſit quantitas F.
Oporteat inuenire ſingulas quantitates X & Z.
Solutio. Per hypotheſim X † F = Z: ſed etiam per hypotheſim X *ad* Z = 2 *ad* 3: ergo X *ad* X † F = 2 *ad* 3: ergo per axioma 3. cap. 2. partis 4. Ideæ Logiſticæ, X *in* 3 = X *in* 2 *et* † F *in* 2: ergo per probl. 3. cap. 3. lib. 1. Logiſticæ, 3 X = 2 X † 2 F: ergo per antitheſim 3 X − 2 X = 2 F: ergo per prob. 1. cap. 3. lib. 1. Logiſticæ, X = 2 F: ſed per hypotheſim, X † F = Z: ergo etiam Z = 2 F † F ≏ 3 F. Igitur X = 2 F: & Z = 3 F; hoc eſt duas quantitates cognitas F, ſimul addendo habetur quantitas X; & tres quantitates cognitas F, ſimul addendo, habetur quantitas Z.

Problema III.

DIfferentia duarum quantitatum X & Z ſit F: atque X *ad* Z = 6 *ad* B. Deniq; cognitæ ſint ſingulæ quantitates F, &, B.
Oporteat inuenire ſingulas quantitates X & Z.
Solutio. Per hypotheſim X † F = Z: ſed etiam per hypotheſim X *ad* Z = 6 *ad* B: ergo X *ad* X † F = 6 *ad* B: ergo per axioma 3. cap. 2. partis 4. Ideæ Logiſticæ, X *in* B = X *in* 6 *et* † F *in* 6: ergo per antitheſim, X *in* B *et* − X *in* 6 = F *in* 6: ſed X *in* B *et* − X *in* 6 = X *in* B − 6: ergo X *in* B − 6 = F *in* 6: ergo per prob. 4. cap. 5. lib. 1. Logiſticæ, X = $\frac{F\ in\ 6}{B-6}$. Igitur prius F ducendo in 6, atque hoc productum diuidendo per B − 6, habetur quantitas X: atque hoc modo inuentæ quantitati X, addendo cognitam quantitatem F, habetur quantitas Z. Exempli Gratia ſuppoſito caſu primi problematis, in quo F = 12: item 2 *ad* 3 = 6 *ad* B, adeoque B = 9: patet, $\frac{F\ in\ 6}{B-6}$ = $\frac{12\ in\ 6}{9-6}$ ≏ 24: quare X = 24; & Z = 36; atque hæc vniuerſalis ſolutio, conſona eſt particulari ſolutioni allatæ in primo problemate.

VIII. OCtauus gradus, conſiſtit in modo, ſiue praxi, inueniendi cuiuſuis vulgaris numeri radicem quam-

Digitized by Google

quamlibet, aut veram, aut veræ radici proximam, ſi veram radicem non habeat.

PRo hoc gradu, primò ſciendum quid ſignificet, radix prima, vel ſecunda, vel tertia &c. alicuius numeri: quod breuiter exponitur in definitione XII. pag. 41. Logiſticæ; iuxta hanc definitionem, Exempli Gratia, numeri 64 radix prima, eſt 8: quia numerus 8 ſemel ductus in ſeipſum producit 64; ſimiliter numeri 64 radix ſecunda, eſt numerus 4: quia numerus 4 bis ductus in ſeipſum, producit 64; etenim numerus 4 ſemel ductus in ſeipſum, producit 16; deinde numerus 16 iterum ductus in numerum 4, producit 64: adeoque numerus 4 bis ductus in ſeipſum producit 64. Secundò, legendo prius quod pag. 7. Logiſticæ breuiter dicitur de modo legendi ſcriptionem Logiſticam indicantem numerum radicalem, procedendum ad diſcendam praxim inueniendi quamlibet radicem proximam cuiuſuis propoſiti vulgaris numeri: quæ praxis ſatis fuſè proponitur, atque in exemplis declaratur in appendice lib. 1. Logiſticæ.

Nota. Si placet ſcire modum ſiue praxim componendi formulas quibus in prædicta appendice vtimur pro radicum inuentione, conſulatur epiſtola 4. lib. 1. epiſtolarum Mathematicarum.

NOnus gradus à nobis ſtatuitur, in ſufficienti notitia eorum quæ complectimur, primo & ſecundo libro noſtræ Logiſticæ. IX.

PRo hoc gradu, à capite reſumenda Logiſtica, leuiter quidem percurrendo ſingula quæ pro antecedentibus gradibus lecta, atque ſufficienter intellecta ſunt: reliqua vero attentius conſiderando; ſingula enim arbitramur ſatis vtilia, licet non æqualiter neceſſaria ſint, aut æqualiter frequens ſit ſingulorum vſus.

DEcimus gradus conſiſtit in doctrina de angulis & triangulis quæ à nobis proponitur in tertia parte Ideæ Logiſticæ. X.

AD hunc gradum pertinent quidem ſingula quæ habentur in tertia parte Ideæ Logiſticæ, & reliqua in quibus de angulis, aut angulorum menſuris, radijs, ſinibus &c. agitur, in anterioribus Ideæ partibus; ex his tamen magis neceſſaria ſunt; primo

primò, cap. 5. partis 2. Ideæ Logiſticæ; deinde axiomata cap. 13. eiuſdem Ideæ: denique Theoremata propoſita in parte tertia eiuſdem Ideæ Logiſticæ; quorum ſex priora, frequentiorem vſum habent quam reliqua.

Nota primò, pro tyronibus, Theorematum ad hunc gradum ſpectantium demonſtrationes legere, examinare, atque intelligere: vtile quidem eſt, ſed non planè neceſſarium: proinde, quibus hoc moleſtum eſt, ſuadere conſueui, vt tantum procurent ſcire quid Theoremata aſſerant, ſupponendo ſingula legitimè demonſtrata eſſe; & tunc tantum demonſtrationes examinent, quando vel occurrit ratio dubitandi de theorematum veritate, vel curioſitas, aut alia vtilitas inuitat, ad examen demonſtrationum.

Nota ſecundo. Si pro triangulorum ſimilium doctrina ad hunc gradum pertinente, deſideretur plenior doctrina proportionum æqualium: conſulatur ſubſequens gradus.

XI. VNdecimus gradus amplectitur noſtram doctrinam de proportionibus; quæ habetur in parte 4. Ideæ Logiſticæ.

SCriptionis noſtræ finis non eſt Pſittacos inſtruere, aut docere voces proferre, quarum ſignificatio ignoretur: ſed ad Matheſeos intelligentiam viam oſtendere, atque aperire; quam ob rem etiam in tyronibus abhorremus ignorantiam ſignificationis quæ conuenit vocibus, quibus vtuntur: atque pro hoc gradu ante omnia requirimus vt intelligant (quod à pluribus etiam Matheſeos ſcriptoribus nunquam intellectum arbitror) quid in Matheſi ſignificent voces ratio aut proportio; & vtrum proportio quantitas ſit, atque adeo quantitatibus omnibus communes proprietates admittat; quales ſunt poſſe addi, ſubtrahi, multiplicari, diuidi: vel certe quantitas non ſit, adeoque non neceſſario admittat omnibus quantitatibus communes proprietates. Vbi hoc expono in Logiſticæ noſtræ idea, permixtæ ſunt variæ controuerſiæ, atque argumenta contra eos qui nobis aduerſantur in hac parte: quoniam vero hæ controuerſiæ initio parum iuuant tyrones, placet hic paucis exponere quid in Matheſi ſignificent voces ratio & proportio. Suppoſito igitur quod, vtriuſque huius vocis ſignificatio eadem ſit, vt hæc ſignificatio legitime intelligatur (quam hactenus apud nullum ſcriptorem inuenire potui ſufficienter expoſitam) prius notandum, quod hic cap. 1. diximus de quantitate quæ eſt Matheſeos obiectum: quod-

Digitized by Google

quodque hæc quantitas per diuerſas differentias genericas, atque ſpecificas, contrahi atque reſtringi poſſit, ad diuerſa genera & diuerſas ſpecies quantitatis. Iam vero quantitates reſtrictæ per differentias ſpecificas hoc eſt quantitates ſpecificæ, diuidi poſſunt in quantitates abſolutas & quantitates relatas: per ſpecificam quantitatem abſolutam, intelligendo quantitatem ſpecificam præciſè ſumptam, aut conſideratam ſecundum ſe, aut illa quæ ipſi intrinſeca ſunt; & per ſpecificam quantitatem relatam, intelligendo quantitatem ſpecificam præciſè conſideratam reſpectiuè ad aliam eiuſdem generis quantitatem, cum qua quo ad magnitudinem confertur. Quantitati ſpecificæ abſolutæ conuenire poſſunt variæ proprietates, quæ non poſſunt conuenire ſpecificæ quantitati relatæ; & viciſſim ſpecifica quantitas relata, admittit diuerſas proprietates, quæ non admittuntur à ſpecifica quantitate abſoluta: etenim de ſpecifica quantitate abſoluta dici poteſt, Exempli Gratia, quod ſit continua: quod ſit diſcreta: quod vnam tantum vel certe plures extenſiones habeat: quod ſit recta vel curua: quod ſit plana vel non plana: quod ſit triangularis vel quadrata, vel rotunda, vel hoc aut iſto modo terminata &c. ſed tamen horum nihil dici poteſt de ſpecifica quantitate relata, de qua dici poteſt: quod ſit magna: quod ſit parua: quod ſit duplo, vel triplo, vel hoc aut iſto modo maior, vel minor altera: vel certe illi æqualis, hoc eſt neque maior neque minor: quæ dici non poſſunt de ſpecifica quantitate abſoluta: ſiquidem nihil magnum dici poteſt vel paruum niſi relatum, ſiue comparatum ad aliud, reſpectu cuius dicatur magnum vel paruum. His præmiſſis, niſi male intelligam eos qui de Mathematicis ſcientijs non male ſcripſerunt; vbi apud Mathematicos ſermo eſt de ſpecifica quantitate, vix vnquam aliud intelligendum eſt quam quantitas ſpecifica abſoluta: vbi vero agitur de proportione, nihil aliud intelligi debet per vocem proportio, quam ſpecifica quantitas relata; adeo vt quoties de quantitate ſpecifica ſermo eſt, atque oppoſitum expreſſe non indicatur, vox quantitas, ſignificet illud quod hic appellauimus ſpecificam quantitatem abſolutam: verum vox proportio, ſignificet illud quod hic appellauimus ſpecificam quantitatem relatam. Hinc quemadmodum quælibet corpora ſpecifica, verè ac propriè corpora ſunt, omneſque corporis proprietates participant: ita etiam non minus verè ac propriè quantitas eſt, atque genericæ quantitatis proprietates omnes participat, ipſa proportio quam reliquæ ſpecificæ quantitates; præterea quemadmodum quælibet

bet ſpecifica quantitas, eſt verè ac propriè quantitas, hoc eſt ſubiectum habens magnitudinem: ità etiam & relata quantitas, ſiue proportio quælibet, & quælibet quantitas ſpecifica abſoluta, eſt verè ac propriè quantitas, hoc eſt ſubiectum habens magnitudinem: ſed tamen ſpecificæ atque abſolutæ quantitatis magnitudo talis eſt, vt ab ipſa ſubiectum dici poſſit magnum vel paruum, quando comparatur cum alio, licet cum alio non comparetur; proportionis vero magnitudo talis eſt, vt ab ipſa ſubiectum magnum vel paruum dici poſſit, quando cum alio comparatur, atque inſuper comparatur cum alio; hinc quantitas abſoluta, & quantitas relata, quodammodo inter ſe differunt, ſicut numerus integer atque diuiſibilis per aliũ, differt à numero fracto ſiue diuiſo per alium. Numero intrinſecum eſt poſſe diuidi per alium numerum, ſiue per alium diuiſus ſit, ſiue non ſit diuiſus; ſimiliter omni ſpecificæ quantitati intrinſeca eſt magnitudo, ratione cuius poteſt referri ad aliam eiuſdem generis quantitatem, & conſequenter dici magna vel parua: ſiue ad aliam referatur, ſiue non referatur: vnde qui incapax, non eſt intelligere differentiam intercedentem inter numeros integros & fractos (quæ intelligentia iuxta omnes Mathematicos requiritur, etiam pro primis Matheſeos elementis) habet ſufficientem capacitatem intelligendi quod hic diximus, de differentia quæ inuenitur inter ſpecificam quantitatem abſolutam, & ſpecificam quantitatem relatam, quarum poſterior per vocem proportio ſignificatur.

Hæc tyronibus ſufficere, atque neceſſaria arbitramur, vt ſufficienter intelligant quid apud Mathematicos ſignificent voces ratio vel proportio, cognita vero ſignificatione iſtarum vocum, vtile exiſtimamus, ſaltem leuiter percurrere caput 6. partis ſecundæ, & caput 2. partis 4. Ideæ Logiſticæ; in hoc tamen poſtremo capite diligentiſſimè notanda ſunt aliqua; primò quidem, noſtra definitio rationum ſiue proportionum inter ſe æqualium, quæ proponitur pag. 95. lin. 16. Secundò, quod dicitur de ratione compoſita pag. 97. Tertiò, tria prima axiomata, atque præſertim tertium, propoſitum pag. 99. quod axioma immediatè patet ex prædicta noſtra definitione rationum æqualium. Poſt hæc legenda theoremata cap. 3. partis 4. Ideæ Logiſticæ: ex quibus ſex priora, atque inſuper 13. memoriter tenere, eſt vtiliſſimum. Denique percurrenda appendix partis 4. Ideæ Logiſticæ, quæ incipit pag. 113. atque ex hac appendice diligentiſſimè addiſcendum problema tertium, quod docet

pra-

Digitized by Google

praxim in ueniendi vnam rationem ex datis duabus vel pluribus rationibus compoſitam : cuius praxeos vſus apud nos eſt frequentiſſimus; hoc problema tertium expreſsè quidem non proponit niſi modum inueniendi vnam rationem æquiualentem datis duabus rationibus particula *in* connexis (idemque planè eſt inuenire vnam rationem æquiualentem datis duabus rationibus particula *in* connexis , & inuenire vnam rationem ex datis duabus rationibus compoſitam) in hac tamen praxi continetur, quidquid requiritur , vt habeatur vna ratio æquiualens quotcunque rationibus particula *in* connexis , ſiue vna ratio compoſita ex quotuis datis rationibus : quemadmodum praxis contenta problemate 3. cap. 3. libri 1. Logiſticæ , quæ docet inuenire vnum numerum æquiualentem duobus numeris particula *in* connexis : ſufficit, vt inueniatur vnus numerus æquiualens quotuis alijs numeris particula *in* connexis; vtrobique enim , ſucceſſiuè ſæpius iterando praxim in problemate propoſitam, inuenitur quod quæritur. Quando plures quam duo numeri, vel plures quam duæ rationes particula *in* connexæ proponuntur. Exempli Gratia, ſi datæ ſint quatuor rationes 3 *ad* 4, 7 *ad* 21, 8 *ad* 6, 2 *ad* 10, atque inuenienda ſit vna ratio compoſita ex his quatuor rationibus; prius per problema 3. pag. 115. Ideæ , inuenies rationem 3 *ad* 12 eſſe compoſitam ex duabus rationibus 3 *ad* 4 & 7 *ad* 21, ſiue 3 *ad* 4 *in* 7 *ad* 21 = 3 *ad* 12; rurſus per idem problema inuenies , rationem 3 *ad* 9 eſſe compoſitam ex rationibus 3 *ad* 12 & 8 *ad* 6, ſiue 3 *ad* 9 = 3 *ad* 12 *in* 8 *ad* 6 : adeoque 3 *ad* 4 *in* 7 *ad* 21 *in* 8 *ad* 6 = 3 *ad* 9; & rurſus per idem problema inuenies 3 *ad* 45, eſſe rationem compoſitam ex rationibus 3 *ad* 9 & 2 *ad* 10, ſiue 3 *ad* 9 *in* 2 *ad* 10 = 3 *ad* 45 : adeoque 3 *ad* 4 *in* 7 *ad* 21 *in* 8 *ad* 6 *in* 2 *ad* 10 = 3 *ad* 45. Denique aduertendum , quod quemadmodum nihil refert quo ordine multiplicentur dati numeri , vt iuxta problema 3. cap. 3. libri 1. Logiſticæ , inueniatur vnus numerus æquiualens pluribus particula *in* connexis: ità etiam nihil refert , quo ordine multiplicentur datæ rationes, vt iuxta problema 3. pag. 115: Ideæ, inueniatur vna ratio æquiualens pluribus rationibus particula *in* connexis ; quemadmodum vero prædictum problema pag. 19. Logiſticæ agit de multiplicatione numerorum , ità problema pag. 115. Ideæ Logiſticæ , agit de multiplicatione rationum ſiue proportionum.

DVodecimus gradus conſiſtit in intelligentia du- XII.
ctuum Geometricorum : & quomodo, aut quæ

quantitates producantur ex vnico ductu nominato, de quibus agitur cap. 3.& 4.partis 2. Ideæ Logiſticæ.

PRo hoc gradu, primò, ex capite 3.partis 2. Ideæ Logiſticæ, diligenter notandum, quid ſit, continuam quantitatem ſimpliciter tantum vehi aut rotari, & qui ſingulorum nominatorum ductuum conceptus; quibus cognitis,atque inſuper cognita baſi quæ aliquo ductu producit ſuperficiem, vel corpus; facile intelligitur, quæ, aut qualis ſit quantitas quæ generatur, ſiue producitur, ex vnico aliquo ductu nominato: licet quantitates diuerſæ atque ex vnico ductu nominato producibiles, vaſtam diuerſarum quantitatum multitudinem conſtituant.

Quemadmodum tamen ſingulæ iſtæ quantitates ex baſi, & ex ductu, facile cognoſcuntur: itá per baſim ex qua producuntur, & ex ductu, per quem producuntur, faciliſime definiuntur: nobiſque placet hic modus definiendi quantitates productas vnico ductu nominato; dicendo Exempli Gratia, quod parallelogrammum A B C D ſit ſuperficies producta ex recta aliqua linea A B, quæ ductu primo vel ſecundo ducitur in altitudinem R C. Similiter, quod circulus B C D ſit ſuperficies plana, quæ producitur ex vna linea A B, quæ ſimpliciter tantum rotatur circa punctum A. Pari modo, quod parallelepipedum A M, ſit corpus quod producitur ex parallelogrammo A B K S quod præciſè tantum vehitur per rectam lineam A C; vel ductu primo aut ſecundo ducitur in altitudinem R C. In indice Ideæ Logiſticæ quærendo voces priſma, cylinder, pyramis, conus &c. illis appoſitas inuenies ſimiles definitiones; quomodo alij definiant hæc ipſa corpora, videri poteſt apud Euclidis interpretes: nobis vt iam dixi placet inſinuatus modus definiendi: quod hic breuiter indicaſſe ſatis arbitramur, etiam pro tyronibus: vt ex cap. 3. part.2.Ideæ Logiſticæ, intellectis ductibus noſtris Geometricis, intelligant, vel efforment definitiones conuenientes ſingulis aut ſuperficiebus, aut corporibus, quæ producuntur ex vnico ductu Geometrico: neque magnopere laborandum arbitror, vt ſciantur huiuſmodi corporum aut ſuperficierum nomina propria, niſi ſint maximè vſitata: vt ſunt triangulum,parallelogrammum, rectangulum, quadratum, circulus, parallelepipedum, priſma, cylinder, pyramis, conus, ſphæra; quæ aut quales quantitates ſingulis iſtis vocibus indicentur, ſatis patet ex definitionibus quæ à nobis afferuntur, aut in indice Ideæ Logiſticæ, aut in locis qui in indice indicantur.

fig.28 Idea (margin, beside "grammum A B C D")

fig.33 Idea (margin, beside "tur circa punctum A")

DE-

DEcimus tertius gradus eſt, inuenire proportio-nem quam habet quæuis quantitas X, ad quamlibet eiuſdem generis quantitatem Z: ſuppoſito quod ſingulæ producantur ex vno aliquo ductu nominato. XIII

PRo hoc gradu diligentiſſimè conſiderandum, quod dicitur pag. 127. Ideæ Logiſticæ verſus finem: ſiue in nota 4. nimirum, in Theoremate 3. cap. 1. partis 5. Ideæ demonſtrari, quod qualeſcunque eiuſdem generis quantitates ſint X & Z, quæ ſingulæ producuntur ex vnico ductu nominato; vniuerſaliter ac ſemper verum eſſe, quod quantitas X ad quantitatem Z habeat rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum vna ſit, ratio baſis quantitatis X *ad* baſim quantitatis Z: altera ſit, ratio altitudinis quantitatis X *ad* altitudinem quantitatis Z: tertia ſit, ratio ductus ex quo producitur quantitas X *ad* ductum primum: quarta ſit, ratio ductus primi *ad* ductum ex quo producitur quantitas Z.

Vt ex hac vnica veritate, & ijs quæ in gradu vndecimo circa finem dicta ſunt, de inuentione vnius rationis compoſitæ ex alijs pluribus rationibus, habeatur quod requirimus pro hoc gradu: duplex eſt modus, atque vtriuſque modi exempla inueniuntur in propoſitionibus Euclideis ſtabilitis diſcurſibus Logiſticis. Prior modus, immediatè deducit rationem quantitatis X ad quantitatem Z, ex quatuor rationibus, ex quibus iam dictum eſt componi rationem quantitatis X ad quantitatem Z. Secundus modus, immediatè deducit rationem quantitatis X ad quantitatem Z, ex tribus rationibus: quarum vna eſt ratio baſeos quantitatis X ad baſim quantitatis Z, altera eſt ratio altitudinis quantitatis X ad altitudinem quantitatis Z, tertia eſt ratio ductus ex quo oritur quantitas X, ad ductum ex quo oritur quantitas Z. Etiam ſecundum hunc modum inueniendi quod pro hoc gradu requirimus, haberi ex veritate paulò antè propoſita, facile aduertes, reflectendo quod ratio ductus ex quo oritur quantitas X, ad ductum ex quo oritur quantitas Z, nihil aliud ſit, quam ratio compoſita ex ratione ductus ex quo oritur quantitas X ad ductum primum: & ex ratione ductus primi ad ductum ex quo oritur quantitas Z; ex quo ſequitur, quod ratio compoſita ex quatuor rationibus ſpectantibus ad primum modum inueniendi quod pro hoc gradu requiritur, ſit eadem cum ratio-

Digitized by Google

ne compoſita ex tribus rationibus ſpectantibus ad ſecundum modum inueniendi quod pro hoc gradu requiritur. Vt quolibet ex his duobus modis inueniatur proportio quantitatis X ad quantitatem Z, dummodo ſingulæ iſtæ quantitates producantur ex vno ductu nominato, nulla fere remanet difficultas: ſed ſufficiunt quæ in gradu vndecimo diximus de inuentione rationis quæ ex pluribus alijs cognitis rationibus compoſita eſt, quoties cognoſcitur ratio baſis quantitatis X ad baſim quantitatis Z, & præterea ratio altitudinis quantitatis X ad altitudinem quantitatis Z; etenim reliquæ rationes ab his duabus diuerſæ, quæ, vel pro primo vel ſecundo modo requiruntur, immediatè innoteſcunt ex Idea Logiſticæ: duæ enim reliquæ rationes requiſitæ pro primo modo, nimirum ratio ductus ex quo oritur quantitas X ad ductum primum, item ratio ductus primi ad ductum ex quo oritur quantitas Z, immediatè habentur ex axiomatibus hypotheticis propoſitis pag. 71. Ideæ Logiſticæ; vna vero reliqua ratio, quæ pro ſecundo modo requiritur, nimirum ratio ductus ex quo oritur quantitas X ad ductum ex quo oritur quantitas Z: immediatè habetur ex lemmate propoſito pag. 118. Ideæ Logiſticæ: eademque iſta ratio aliter ſatis commodè habetur, primo ex axiomatibus propoſitis pag. 71. Ideæ Logiſticæ, inueniendo rationem ductus ex quo oritur quantitas X ad ductum primum, & rationem ductus primi ad ductum ex quo oritur quantitas Z; ac deinde inueniendo rationem ex his duabus rationibus compoſitam: hæc enim compoſita ratio eadem eſt cum ratione quam habet ductus ex quo oritur quantitas X ad ductum ex quo oritur quantitas Z; ſi tamen pro hoc ſecundo modo, placeat immediatè ex citato lemmate ſumere rationem ductus ex quo oritur quantitas X ad ductum ex quo oritur quantitas Z, prius legendum eſt caput 4. partis ſecundæ Ideæ Logiſticæ, continens diſtributionem ductuum nominatorum in varias claſſes: quandoquidem in dicto lemmate tantum proponatur quam proportionem inter ſe habeant ſingulæ ductuum claſſes.

Ex duobus modis hic indicatis, qui ſinguli vtiles ſunt atque ſufficiunt, vt habeatur quod requiritur pro hoc gradu, dummodo cognita ſit ratio baſeos quantitatis X ad baſim quantitatis Z, & ratio altitudinis quantitatis X ad altitudinem quantitatis Z, ſolus primus adhibetur in demonſtrandis propoſitionibus Euclideis contentis epiſtola 6. lib. 1. epiſtolarum Mathematicarum, pertinentibus ad hunc gradum: ſolus vero ſecundus modus adhibetur, in demonſtrandis propoſitionibus, vel Euclidis,

vel

vel Archimedis, quæ proponuntur cap. 3. partis quintæ Ideæ Logiſticæ; has propoſitiones, ſecundò tantum modo demonſtratas, primò modo demonſtrare, maxime vtile exercitium eſt pro tyronibus.

Nota primò. Ex hactenus dictis circa præſentem gradum, ſatis patet, ad finem hic propoſitum, hoc eſt ad inueniendam proportionem quam habet quæuis quantitas X, producta ex vno aliquo ductu nominato, ad quamuis quantitatem Z, quæ etiam ex vno ductu nominato producatur: nullam remanere difficultatem, niſi in caſibus, in quibus non cognoſcitur ratio baſis quantitatis X ad baſim quantitatis Z, & ratio quam habet altitudo quantitatis X ad altitudinem quantitatis Z: quare hic reliquum eſt, vt annotemus aliqua media vtilia, ad ſuperandam hanc difficultatem. In quem finem diſtinguo duos caſus inter ſe diuerſos; primus eſt, quando ad finem intentum, neceſſarium non eſt inuenire, atque cognitam reddere, rationem quam habet baſis quantitatis X ad baſim quantitatis Z, vel rationem altitudinis quantitatis X ad altitudinem quantitatis Z: ſed ſufficit proportionem quantitatis X ad quantitatem Z indicare per baſes vel altitudines, quarum proportio ignoratur. Secundus caſus eſt, quando neceſſarium eſt inuenire rationem baſeos quantitatis X ad baſim quantitatis Z, vel rationem altitudinis quantitatis X ad altitudinem quantitatis Z. Pro primo caſu vtile eſt quod dicitur in 2. nota. Pro ſecundo caſu ſeruiunt notæ, quæ ſecundam ſubſequuntur.

Nota ſecundò. Suppoſito primo caſu, primæ notæ: quodque quantitatis X, baſis ſit A, altitudo B: & quantitatis Z baſis ſit C, altitudo D; vel vna tantum ex his duabus rationibus ignota eſt, vel vtraque ignoratur. Si primum ſupponatur, atque Exempli Gratia tantum ignota ſit ratio baſis A *ad* baſim B, adeoque cognitæ ſint tres reliquæ rationes: quarum vna eſt ratio C *ad* D, altera ratio ductus ex quo oritur quantitas X *ad* ductum primum, tertia eſt ratio ductus primi *ad* ductum ex quo oritur quantitas Z: per ea quæ de inueniendà ratione compoſita dicta ſunt ad vndecimum gradum, poterit inueniri vna ratio, cuius termini ſint baſes A & B cum appoſitis numeratoribus, & ſtatui hanc rationem eſſe æqualem rationi quantitatis X ad quantitatem Z; adeoque ratio quantitatis X ad quantitatem Z erit expreſſa per baſes A & B, licet iſtarum baſium proportio ignoretur. Exempli Gratia ſuppoſito quod ex tribus rationibus quæ hic ſupponuntur cognitæ, prima, ſiue ratio C *ad* D =

2 *ad*

2 *ad* 6; ſecunda, ſiue ratio ductus ex quo oritur X *ad* ductum primum = 1 *ad* 3; tertia, ſiue ratio ductus primi *ad* ductum ex quo oritur quantitas Z = 3 *ad* 2: iuxta dicta de inuenienda ratione compoſita, patet 3 A *ad* 18 B, ſiue quod idem eſt A *ad* 6 B, habere rationem compoſitam ex prædictis tribus cognitis rationibus, & ratione A *ad* B quæ ignota eſt; & licet hæc vltima ratio incognita ſit, tamen iuxta doctrinam initio huius gradus traditam, verum erit, quod ratio quantitatis X *ad* quantitatem Z = A *ad* 6 B: hoc eſt quod quantitas X ad quantitatem Z habet eamdem rationem quam habet baſis A ad ſex baſes B. Pro exemplis eius quod hic diximus, ſeruire poſſunt capitis 3. partis 5. Ideæ Logiſticæ Theoremata 5. item 19, 26, 31, 33 &c. ex quibus primo loco citatum, placet ad longum proponere & demonſtrare iuxta primum ex duobus diuerſis modis paulò antè inſinuatis: præſertim quia ſecundo modo ſingula demonſtrantur in Idea Logiſticæ, & ſimili prorſus diſcurſu quo hic primum demonſtramus, ſingula reliqua demonſtrari poſſunt.

Theorema.

fig. 29 Idea

Triangula X & Z, quæ æquales habent altitudines CR & GP, eam inter ſe proportionem habent quam baſes A B & E F.

Demonſtratio. Per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logiſticæ, hoc eſt, per theorema quod initio huius gradus declaratur, triangulum X *ad* triangulum Z, habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum vna eſt, ratio baſis A B *ad* baſim E F: ſecunda eſt, ratio altitudinis C R *ad* altitudinem G P: tertia eſt, ratio ductus tertij *ad* ductum primum: quarta eſt, ratio ductus primi *ad* ductum tertium; atqui per hypotheſim ratio C R *ad* G P = 1 *ad* 1: item per axiomata propoſita pag. 71. Ideæ Logiſticæ, ratio ductus tertij *ad* ductum primum = 1 *ad* 2: & etiam ratio ductus primi *ad* ductum tertium = 2 *ad* 1; ergo triangulum X ad triangulum Z habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum prima eſt, ratio A B *ad* E F: ſecunda eſt, ratio 1 *ad* 1; tertia eſt, ratio 1 *ad* 2: quarta eſt, ratio 2 *ad* 1; ſed per problema 3. Appendicis partis 4. Ideæ Logiſticæ, hæc ratio compoſita, eſt ratio A B *ad* E F; ergo triangulum X *ad* triangulum Z = A B *ad* E F. Quod erat demonſtrandum.

Si ſecundum ſupponatur, nimirum ignorari tum rationem baſis ad baſim, tum etiam altitudinis ad altitudinem: per ea quæ diximus initio ad hunc gradum, inueniri atque aſſignari po-

Digitized by Google

poterunt duę rationes, ex quibus componitur ratio quantitatis X ad quantitatem Z. Exempli Gratia, ſuppoſito quod quantitas X ſit pyramis, cuius baſis A K, altitudo C R: atque quantitas Z ſit priſma, cuius baſis E L F, altitudo G P: etiamſi ignota ſit ratio baſis A K *ad* baſin E L F, et etiam ignota ſit ratio altitudinis C R *ad* altitudinem G P: tamen, ſtatui poteſt, quod pyramis X *ad* priſma Z habeat rationem compoſitam ex duabus rationibus, quarum vna ſit 3 A K *ad* E L F, altera ſit ratio C R *ad* G P. Demonſtratio. Per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logiſticæ, quod initio huius gradus declaratur: pyramis X *ad* priſma Z, habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum vna eſt ratio baſis A K *ad* baſim E L F, ſecunda eſt ratio altitudinis C R *ad* altitudinem G P, tertia eſt ratio ductus ex quo oritur pyramis X *ad* ductum primum, quarta eſt ratio ductus primi *ad* ductum ex quo oritur priſma Z; ſed per axiomata hypothetica propoſita pag. 71. Ideæ Logiſticæ ratio ductus ex quo oritur pyramis X *ad* ductum primum = 1 *ad* 3, & præterea ratio ductus primi *ad* ductum ex quo oritur priſma Z = 1 *ad* 1: ergo pyramis X *ad* priſma Z, habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum vna eſt ratio baſis A K *ad* baſim E L F, ſecunda eſt ratio altitudinis C R *ad* altitudinem G P, tertia eſt ratio 1 *ad* 3, quarta eſt ratio 1 *ad* 1: atqui per problema 3. Appendicis 3. partis 4. Ideæ Logiſticæ, ratio ex his quatuor rationibus compoſita, æquatur rationi compoſitæ ex ratione 3 A K *ad* E L F, & ratione C R *ad* G P: ergo pyramis X *ad* priſma Z, habet rationem compoſitam ex ratione 3 A K *ad* E L F, & ratione C R *ad* G P. Quod erat demonſtrandum. *fig. 34. & 32. Idea*

Ex hoc exemplo ſatis apparet, quomodo in alijs ſimilibus circumſtantijs, hoc eſt quando ignoratur ratio baſis ad baſim, & ratio altitudinis ad altitudinem, indicari poſſint duæ rationes ex quibus compoſita eſt ratio quantitatis X ad quantitatem Z.

Nota Tertiò. Suppoſita difficultate indicata in prima nota, nimirum quod ignota ſit proportio quam habet baſis vel altitudo quantitatis X, ad baſim vel altitudinem quantitatis Z: atque huiuſmodi ignota ratio inuenienda ſit; hoc inquam ſuppoſito, vel baſes quantitatum X & Z ſingulæ ſunt lineæ, vel ſingulæ ſunt ſuperficies. Si primum, quandoquidem altitudines neceſſario ſunt lineæ, difficultas reducitur ad inuentionem rationis quam vna linea habet ad alteram lineam, de qua in nota quarta. Si ſecundum, ſubdiſtinguo tres caſus aliquantulum diuerſos; primus

mus eſt, quando ſingulæ baſes quæ ſunt ſuperficies producuntur vno ductu nominato. Secundus caſus eſt, quando, non quidem ſingulæ baſes, ſed tamen ſingulæ partes quæ ſimul additæ conſtituunt ſingulas baſes, producuntur vno ductu nominato. Tertius eſt, quando neque ſingulæ baſes, neque ſingulæ partes quæ ſimul additæ conſtituunt baſes, producuntur vnico ductu nominato. Vbi aduertendum, quamlibet ſuperficiem intelligi poſſe compoſitam per additionem partium in quas reſolui poteſt, per lineas ductas per talem ſuperficiem; Exempli Gratia quælibet ſuperficies plana, atque rectis lineis terminata, intelligi poteſt vt compoſita ex pluribus triangulis, & veluti aliquod triangulorum aggregatum: quia per talem ſuperficiem duci poſſunt rectæ lineæ per quas reſoluatur, ſiue ſecetur in plures partes, quę ſingulę ſint triangula. In primo ex tribus caſibus hic propoſitis, per illa quæ initio ad hunc gradum diximus inuenitur proportio baſeos quantitatis X ad baſim quantitatis Z: dummodo cognitæ ſint proportiones quas habent lineæ generantes ipſas baſes; quæ proportiones ſi ſint ignotæ, earum inuentio ſpectat ad quartam notam. In ſecundo ex tribus caſibus hic propoſitis, rurſus per dicta initio ad hunc gradum inuenitur proportio, quam habent ſingulę partes baſeos X ad aliquam eamdem quantitatem B, & proportio quam habet hæc eadem quantitas B, ad ſingulas partes baſeos Z: dummodo cognitæ ſint proportiones quas habent lineæ generantes ſingulas baſium partes, quarum proportionum inuentio iterum ſpectat ad quartam notam. Iam verò omnes antecedentes termini rationum quas habent ſingulæ diuerſæ partes baſeos X ad eamdem quantitatem B ſimul additi, ad ſimul additos omnes conſequentes terminos rationum, quas habet quantitas B ad ſingulas diuerſas partes quantitatis Z, habebunt eamdem rationem quam habet quantitas X ad quantitatem Z. In tertio ex tribus caſibus hic indicatis, remedium vtile afferri non poteſt, niſi in aliquibus caſibus, in quibus cognitæ ſint circumſtantiæ ex quibus deſiderata baſium proportio inferri poſſit; verum hos caſus proſequi non eſt huius loci.

Nota quarto. Pro inuentione proportionis quam habent baſes, vel altitudines, quæ ſingulæ ſint lineæ, aduertendum, quod pro ductibus nominatis, baſes vel altitudines non poſſint eſſe lineæ diuerſæ, à rectis vel circularibus lineis; iam vero pro inuentione proportionis quam inter ſehabent rectæ lineæ, ſeruit doctrina de angulis & triangulis ſimilibus ſpectans ad gradū 10; cui doctrinæ addendo axioma primum propoſitum pag. 71: habetur

betur

betur quod requiritur, vt ex rectarum linearum cognitione, deueniatur ad cognitionem quam inter ſe habent lineæ circulares. Denique inuenire proportionem quam habet recta linea ad circularem, nihil eſt aliud quam inuenire circuli quadraturam, vt ſatis conſtat ex dictis in ſcholio cap. 2. partis 6. Ideæ Logiſticæ: quod problema tam difficile eſt, vt numeretur inter illa quæ hactenus à nemine ſoluta ſunt, licet à Geometris demonſtretur ſolui poſſe. Ceterum numerus 113 *ad* numerum 355, proxime habet eamdem proportionem quam habet diameter circuli *ad* eiuſdem circuli circumferentiam; quod pro praxi ſufficit ſcire, vt ex cognita circuli diametro, mediante regula aurea proxime inueniatur longitudo totius circumferentiæ eiuſdem circuli; vel certe ex cognita circumferentia proxime inueniatur longitudo totius diametri, eiuſdem circuli.

DEcimum quartum gradum ſtatuimus, in intelligentia deriuationis Logiſticæ noſtræ, ex vulgari atque vſitata Arithmetica. XIV.

PRo hoc gradu legenda ſecunda pars Arithmeticæ introductionis ad Logiſticam. Ex hac lectione colligendus fructus, conſiſtit; primò, in notitia originis Methodi noſtri quam Logiſticam inſcripſimus, quæ notitia non parum iuuat, vt melius intelligatur, an, & quomodo differat à Methodis quæ ab alijs proponuntur. Secundò, profundior intelligentia, vel etiam demonſtratio, propemodum ſingularum praxium, quæ in primo libro Logiſticæ proponuntur, neglectis demonſtrationibus.

DEcimus quintus gradus conſiſtit, in expoliendis, atque perficiendis partibus, ad Logiſticæ noſtræ methodum ſpectantibus, atque conſideratis in præcedentibus gradibus: & pleniori cognitione ipſius Methodi. XV.

PRo hoc gradu, ordine, atque ſucceſſiuè legenda ſingula quæ vſque ad pag. 131 proponuntur in Idea Logiſticæ: magis reflectendo ad ſingula, quæ prius, aut non ſatis bene intellecta, aut prętermiſſa fuerunt; in qua lectione prætermitti poſſunt ſingula Theoremata aut problemata quæ proponuntur in tertia aut quarta parte, ſi hæc pro prioribus gradibus ſufficienter fuerint conſiderata.

In hac Ideæ Logiſticæ lectione, vtile foret vbique reflectere,

quomodo (in ijs fere omnibus, in quibus non agimus de angulis: aut ex angulis ſaltem partialiter dependente triangulorum quantitatumque inter ſe ſimilium doctrina, maxime vtili pro inuentione proportionis quam inter ſe habent variæ lineæ: vel certe non laboramus in accurata terminorum expoſitione aſſerenda:) præcipua noſtra cura verſetur, in ijs quæ aut neceſſaria aut vtilia ſunt, vt non minus circa reliquas quantitates, quam circa numeros vulgares inſtitui poſſint, Addictio, Subtractio, Multiplicatio, & Diuiſio: hoc eſt quatuor operationes quibus Logiſtica noſtra innititur; vel certe, vt compendiata ac commoda ſcriptione exhiberi poſſint producta ex his operationibus. Laboris huius fructus apparet in paucis vniuerſalioribus veritatibus ſtatuendis, aut ex his facile inferendis, fere innumeris diuerſarum quantitatum proprietatibus, quarum cognitio pertinet ad Matheſim.

Ad finem in hoc decimo quinto gradu propoſitum etiam maxime vtiles arbitramur, ſex priores epiſtolas libri primi epiſtolarum Mathematicarum quarta prætermiſſa; proindeque, vt iam de Idea Logiſticæ diximus, ità etiam dictæ epiſtolæ non exiguo fructu legerentur; pro fine hic propoſito.

XVI. DEcimus ſextus gradus conſiſtit, in intelligentia præcipuarum proprietatum, quæ conueniunt, vel omnibus, vel tantum aliquibus ex numeris contentis tribus numerorum ſpeciebus inter ſe diuerſis: quarum vna conſtituitur à numeris vulgaribus integris, hoc eſt pro denominatore habentibus vnitatem: altera à numeris vulgaribus fractis, ſiue pro denominatore habentibus numerum diuerſum ab vnitate: tertia à numeris radicalibus.

PRo hoc gradu curanda intelligentia eorum quæ continentur Epiſtola 4. libri 1. Epiſtolarum Mathematicarum. Doctrinæ in hac quarta Epiſtola propoſitæ, affinis eſt illa, quæ continetur eiuſdem libri Epiſtola 7. in qua ſingulæ ſeptimi libri Euclidis propoſitiones, ordine proponuntur & demonſtrantur methodo noſtræ Logiſticæ: has demonſtrationes cum Euclideis conferre maxime vtile foret, pro illo qui deſiderat intelligere, an, vel quomodo numerorum proprietates ſtabiliendi modus; qui Eu-

clideæ

clideæ Arithmeticæ magis proprius eſt, differat à modo qui noſtræ Logiſticæ proprius eſt. Pro vtriuſque citatæ Epiſtolæ doctriua, diligenter aduertendum; iuxta noſtram Logiſticam, quamlibet diſcretam quantitatem eſſe numerum: & quemlibet numerum eſſe diſcretam quantitatem; deinde non dari numeros diuerſi generis, licet dentur quantitates continuæ diuerſi generis: ſed tamen inueniri multas numerorum ſpecies diuerſas inter ſe; atque numeros vulgares integros, & numeros vulgares fractos, tum inter ſe, tum à numeris radicalibus ſpecie differre; præterea has tres numerorum ſpecies magis vniuerſales, ſubdiuiſibiles eſſe in varias ſpecies magis reſtrictas, & prioribus contentas: atque pro hac prædictarum ſpecierum ſubdiuiſione, differentias ſpecificas deſumi poſſe, primò à diuerſitate denominatorum quem admittunt numeri omnes, ſiue vulgares ſint, ſiue radicales. Secundò à diuerſitate indiuiduorum quæ indicantur à numeratoribus vulgarium numerorum, aut à numeratore numeri qui poſt aſteriſmum ſcriptus eſt, in radicalibus numeris. Iam vero in 4. & 7. Epiſtola conſiderantur numeri pertinentes ad prædictas tres ſpecies numerorum, abſtrahendo tamen à diuerſitatibus ſpecificis dependentibus à diuerſitate indiuiduorum, quæ indicari poſſunt, vel à numeratoribus vulgarium numerorum, vel à numeratore numeri poſt aſteriſmum ſcripti in radicali numero: ſiue ſupponendo quod iſti numeratores ſemper indicent eiuſdem ſpeciei indiuidua. In hac hypotheſi conſiderando numeros tum vulgares integros, tum vulgares fractos, tum etiam radicales: in citata 4. Epiſtola proponuntur variæ proprietates, penes quas inter ſe conueniunt, vel ab inuicem differunt: atque oſtenditur Exempli Gratia dari plurimas proportiones inter continuas quantitates, quæ per nullos prædictarum ſpecierum numeros vulgares integros, aut fractos, indicari poſſint: licet iſtæ proportiones indicari poſſint per numeros radicales. Similiter licet multi numeri vulgares radicem primam habeant, ſiue produci poſſint ex aliquo vulgari numero ducto in ſe: tamen demonſtratur multos vulgares numeros inueniri, qui non habeant radicem primam; ſiue qui produci non poſſint ex vllo vulgari numero ducto in ſe, licet produci poſſint ex numero radicali ducto in ſe. Pari modo probatur, quod licet quilibet vulgaris integer numerus, ductus in quemlibet vulgarem integrum numerum, producat vulgarem integrum numerum: tamen numerum vulgarem fractum, ductum in alium vulgarem fractum, non minus poſſe producere numerum vulgarem æquiualentem integro,

Digitized by Google

quam non æquiualentem integro. De his alijſque huiuſmodi proprietatibus, penes quas conueniunt, vel inter ſe differunt numeri contenti indicatis tribus ſpeciebus numerorum, atque conſideratis in hypotheſi paulò ante indicata, agitur in Epiſtola 4.

Si quis vellet conferre, aut Epiſtolæ ſeptimæ propoſitiones, cum propoſitionibus libri 7. Euclidis: aut illa quæ Epiſtola 4. tradimus de quantitatibus incommenſurabilibus, cum ijs quæ de his quantitatibus proponuntur libro 10. Euclidis: aduertere debet, quod etiam ab Euclide numeri conſiderentur in illa hypotheſi, in qua ante monuimus conſiderari in 4. & 7. Epiſtola: tamen ab Euclide, ex tribus numerorum diuerſis ſpeciebus quæ à nobis conſiderantur, tantum vnica illa expenditur, quæ conſtituitur à vulgaribus integris numeris; adeo vt iuxta hunc authorem ſufficiat aliquid verum eſſe de numeris vulgaribus integris, vt aſſerat vniuerſaliter verum eſſe, atque omnibus omnino numeris conuenire; ſic Exempli Gratia, iuxta Euclidem verum eſt, omnium omnino numerorum communem menſuram eſſe vnitatem; tametſi verum non ſit vulgarium fractorum, aut radicalium numerorum omnium, communem menſuram eſſe vnitatem; atque tantummodo verum ſit, omnium integrorum vulgarium numerorum communem menſuram eſſe vnitatem, conſiderando iſtos numeros vulgares integros, ità vt ſemper eiuſdem ſpeciei vnitates indicent, hoc eſt, in hypotheſi quam paulò ante diximus Euclidi & in citatis Epiſtolis nobis communem; dixi conſiderando iſtos numeros vulgares in hypotheſi paulò antè indicata: Etenim ſuppoſito quod ex duobus numeris vulgaribus integris vnus ſit numerus decem palmorum, alter ſit numerus decem pedum: qui vulgares integri numeri inter ſe ſpecie differunt, diuerſitate ſpecifica deſumpta ab indiuiduis quæ indicantur: hoc inquam ſuppoſito, falſum eſſe poteſt, quod detur vlla vnitas quę ſit menſura communis vtriuſque iſtius numeri vulgaris atque integri: & tamen quidquid ſit de aliorum ſpeculatiua Arithmeticæ doctrina, nemo vt opinor verſatus in practica Arithmetica vulgari negare poteſt, prædictos duos numeros, aut eſſe vulgares, aut eſſe integros, aut inter ſe ſpecie differre.

Quando in noſtra Logiſtica, conſideranda, atque adeo indicanda eſt huiuſmodi diuerſitas ſpecifica, eam indicamus per dignitatem numerorum denominatorum; ipſa enim dignitas, ex vi præcedentis hypotheſis indicat, qualia ſint indiuidua à numeratoribus indicata: adeo vt numerus vulgaris 10, & numerus denominatus 10 A: Specie conueniant, atque inter ſe æquales ſint:

ſint: ſuppoſito quod eiuſdem ſpeciei indiuiduum indicetur, tam ab vnitate vulgari, quam à dignitate A; Verum numerus vulgaris 10, & numerus denominatus 10 A, inter ſe ſpecie diuerſi atque inæquales erunt: facta hypotheſi quod vnitas vulgaris & dignitas A, non indicent eiuſdem ſpeciei indiuiduum; quemadmodum autem non aliunde quam ex hypotheſi dependet, quod dignitas A ſignificet certæ atque determinatæ ſpeciei indiuiduum: ità etiam non aliunde quam ex hypotheſi dependet, quod vnitas vulgaris ſignificet certæ atque determinatæ ſpeciei indiuiduum; & ſecundum ſe conſiderata, aut vnitas vulgaris, aut quæuis dignitas, eamdem indifferentiam habet ad ſignificandum cuiuſcunque ſpeciei indiuiduum; hinc in methodo noſtræ Logiſticæ: ſiue vt ſpeculatiuè conſiderentur, ſiue vt in praxi adhibeantur, numeri diuerſæ ſpeciei indiuidua indicantes, vtiles ſunt noſtri numeri denominati; licet vero in practica Arithmetica vulgari planè communis, & obuius ſit vſus numerorum vulgarium, qui differentiam ſpecificam mutuentur à diuerſis indiuiduis quę per tales numeros indicantur: atque hæc practica vulgaris Arithmetica ſubordinata ſit ſpeculatiuæ Arithmeticæ traditæ ab Euclide: tamen non inuenio vbi in hac ſpeculatiua Arithmetica conſideretur diuerſitas ſpecifica, quæ conuenire poteſt numeris ex diuerſitate indiuiduorum quæ indicantur. Si forte aliquis hoc ipſo ex capite arbitretur, pro ſpeculatiua Arithmetica inutilem conſiderationem numerorum ſpecie differentium ex eo quod diuerſas vnitates indicent: præſertim cum minime probabile videri poſſit, ab Euclide prætermiſſam vtilem aliquam numerorum conſiderationem: meminerit inter maxime celebres Euclidis propoſitiones ſpeculatiuas, numerari illam quæ aſſerit, eiuſdem quadrati diametrum & latus eſſe quantitates inter ſe incommenſurabiles: atque adeo inueniri continuas quantitates inter ſe incommenſurabiles; quo cognito, quid magis pronum, quam inquirere, vtrum poſſibiles ſint duæ diſcretæ quantitates inter ſe incommenſurabiles. Vbi ſpeculatiui huius dubij ſolutionem Euclides afferat ignoro: immo non ſatis aſſequor quomodo ex pluribus eius ſpeculationibus inferri poſſit; pręſertim ſi pro hac quæſtione (quæ ad ſpeculatiuam Arithmeticam pertinet, atque non minus ſcitu digna, aut vtilis eſt, quam vtrum dentur continuæ quantitates incommenſurabiles inter ſe) non conſiderentur numeri, qui differentiam ſpecificam mutuantur ab indiuiduis quæ indicant. Quid ad hanc quæſtionem dicendum iuxta Logiſticæ noſtræ doctrinam, ſatis conſtat ex citata 4. Epiſtola; vtile

tamen

tamen foret, etiam legere dubium decimum capitis 5.

DEcimus ſeptimus gradus requirit fundamenta doctrinæ de conicis ſectionibus, & triangulis aut parallelogrammis cylindricis.

PRo hoc gradu ſeruit pars ſexta Ideæ Logiſticæ. In hac parte propoſitorum elementorum vtilitas, & vſus, melius apparebit ex ſecundo libro Ideæ Logiſticæ, quando prodibit in lucem; interea aſſignare non poſſum authorem, apud quem plura legi poſſint de triangulis aut parallelogrammis cylindricis: quandoquidem ignorem Mathematicorum aliquem ſcripſiſſe de hac materia. Qui de conicis ſectionibus bene,& fuſe ſcripſerint, plures inueniuntur; tum antiqui, tum etiam moderni authores; verum inter hos nullum inueni qui ſtabilitas proponat paucas præcipuas atque maxime neceſſarias propoſitiones, ex quibus cæteræ ad eamdem materiam ſpectantes ſatis commode poſſint inferri: quemadmodum ex paucis propoſitionibus in Idea Logiſticæ prius ſtabilitis, inferuntur Euclidis aut Archimedis propoſitiones: propoſitæ cap. 3. partis 5. Ideæ Logiſticæ; neque contendo ad talem finem ſufficere quæ proponuntur in ſexta parte Ideæ Logiſticæ; hæc tamen, licet à pauco tempore impreſſa ſint, non paucis profuerunt, tum vt aliorum de conicis ſectionibus lucubrationes intelligerent, tum etiam vt in his, nonnullos qui irrepſerant defectus aduerterent, atque emendarent.

Superatis his gradibus, per materias Mathematicas magis arridentes liberè diuagandi facultatem concedendam puto. Vt commodius, atque magis vniformi methodo poſſint proficere in materijs Phiſico-Mathematicis, non parum arbitror profutura principia Phyſica quibus vtor, quæ tamen hactenus publici iuris facere integrum non fuit.

✠ ✠ ✠ ✠

CA-

CAPVT QVARTVM.

Proponuntur, & ſoluuntur aliqua dubia, ſiue quæſita: quæ Mathematicarum ſcientiarum candidatis videntur ſcitu vtilia.

DVbium primum. Eadem propoſitio, non poteſt eſſe rigoroſum axioma, hoc eſt propoſitio per ſe nota; & theorema, hoc eſt propoſitio non per ſe nota; ſed propoſitio contenta axiomate 3. partis 4. Ideæ Logiſticæ, bene ab Euclide proponitur inter theoremata, & etiam in capite 8. libri 1. Logiſticæ conſtituit theorema 4; ergo in parte 4. Ideæ Logiſticæ, hæc eadem propoſitio male numeratur inter axiomata, atque tertium axioma, non eſt verum axioma rigoroſum.

Reſpondeo diſtinguendo maiorem, eadem propoſitio non poteſt eſſe ex terminis nota ſiue axioma rigoroſum, & non ex terminis nota ſiue theorema, ſuppoſitis iiſdem terminis ſiue definitionibus, concedo maiorem: ſuppoſitis diuerſis terminis ſiue definitionibus, nego maiorem; ſed propoſitio contenta axiomate 3. partis 4. Ideæ Logiſticæ, bene ab Euclide, & in primo libro Logiſticæ, à nobis numeratur inter theoremata: diſtinguo minorem: ſuppoſitis definitionibus quæ ab Euclide vel à nobis in libro primo ſupponuntur, concedo minorem: ſuppoſitis definitionibus quæ à nobis adhibentur in parte 4. Ideæ Logiſticæ nego minorem: & nego conſequentiam. In capite 8. libri primi Logiſticæ expreſſè monemus, ſupponi à nobis doctrinam de proportionibus, propoſitam in libello noſtro quem inſcripſimus Geometriæ planæ elementa: quæ doctrina proxime conuenit cum illa quam P. Andreas Taquet proponit in ſuis Geometriæ elementis: de qua doctrina plura noto cap. 1. partis 4. Ideæ Logiſticæ & expreſſe moneo me deſerere hanc doctrinam à me prius adhibitam; adeo vt illa quæ de proportionibus dicimus in primo libro Logiſticæ, vera ſint, ſuppoſita doctrina, vel à me, vel à P. Taquet tradita in Geometriæ elementis;

verum

verum iuxta ſolidiorem niſi fallor proportionum doctrinam, quam propono in 4. parte Ideæ Logiſticæ: theorema 4. cap. 8. lib. 1. Logiſticæ. fit verum atque rigoroſum axioma; quandoquidem immediatè pateat eius veritas, ex rationum æqualium definitione, quæ proponitur cap. 2. partis 4. Ideæ; quod caput legere iuuaret, ſi dubium occurrat an hæc definitio ſit legitima. Similiter iuxta noſtram proportionum doctrinam propoſitam in parte 4. Ideæ fiunt theoremata, variæ propoſitiones quæ cap. 8. libri 1 Logiſticæ iuxta aliam proportionum doctrinam aſſeruntur vera axiomata: vt intelligetur, ſi axioma 8. lib. 1. Logiſticæ conferatur cum theoremate 5. cap. 3. partis 4. Ideæ Logiſticæ:

Dubium ſecundum. Ab Euclide, aut eius commentatoribus **annotata axiomata**, ſufficiunt pro doctrina elementorum Geometriæ & Arithmeticæ: igitur ſuperflua, quæ his adduntur cap. 13. partis 2. Ideæ Logiſticæ.

Reſpondeo. Ab Euclide & eius commentatoribus non expreſſè annotantur ſingula axiomata, quæ in diſcurſibus ſupponuntur atque aſſumuntur, licet ſint minus clara illis ipſis propoſitionibus quæ expreſſè annotantur inter axiomata (vtinam hoc non frequenter accideret) vt conſtet hoc accidere, ſufficit ipſa prima propoſitio libri primi elementorum Euclidis, & videre, quæ circa hanc propoſitionem notantur in ſcholio pag. 102. lib. 1. epiſtolarum Mathematicarum.

Dubium tertium. Axiomata ab Euclide propoſita, atque paſſim in ſcholis Mathematicis vſitata, ſine neceſſitate aut vtilitate immutare: eſt ſine fructu repræhenſibilem & noxiam nouitatem affectare; atqui hoc fit in Logiſtica, vt patet, ſi cum axiomatibus propoſitis cap. 13. partis 2. Ideæ Logiſticæ, conferantur axiomata propoſita ab Euclide: ergo male mutantur axiomata.

Reſpondeo conceſſa maiori, nego minorem; vt vero ſufficienter intelligatur quo fundamento negetur minor, ſatis eſt legere atque attente conſiderare, pauca quę hac de re noto cap. 12. partis 2. Ideæ Logiſticæ.

Dubium quartum. Per ſolam vulgarem Arithmeticam & eius regulas quæ in Logiſtica negliguntur, poſſunt etiam facilius atque commodius ſolui multa problemata, quæ ſoluuntur per Logiſticæ regulam: ſed fruſtra & male longiori atque difficiliori via quæritur, quod magis compendiata ac commoda via licet conſequi: igitur male negliguntur iſtæ regulæ Arithmeticæ vulgaris.

Reſ-

Digitized by Google

Reſpondeo: conceſſa maiori: cæteris paribus concedo minorem: cæteris diſparibus nego minorem, & nego conſequentiam. Circa diſtinctionem minoris, nota Arithmeticam vulgarem & practicam de cuius regulis in propoſito argumento agitur, eſſe artem Matheſi ſubordinatam, quæ ſuas regulas accipit à Matheſi ſpeculatiua, quæ eſt ſcientia; cum igitur intentum noſtræ Logiſticæ ſit docere illam Matheſim quæ ſcientia eſt, quamque in primo capite diximus artium dominam: non omnia quæ pro artibus aliquibus vtilia ſunt reputari debent vtilia pro ſcientia huiuſmodi artium domina. Deinde particulares regulæ, plerumque ſingulæ magis commodæ ſunt vniuerſalioribus: non ideo tamen totam particularium regularum multitudinem ſimul diſcere, atque retinere, facilius eſt, quam diſcere atque retinere vnam vniuerſaliorem, per quam ſolam haberi poſſit, quidquid per particulares omnes ſimul haberi poteſt; quandoquidem igitur per vnicam Logiſticæ regulam etiam ſcientificè inferri poſſit, quidquid purè practicè infertur, per practicæ Arithmeticæ regulas omnes ſimul ſumptas; ac præterea alia propemodum innumera, pro quibus nihil iuuant dictæ regulæ particulares: negligimus iſtas regulas, non vt omni ex parte inutiles, ſed vt non neceſſarias.

Dubium quintum. Vnitatem numerum appellare, eſt contra conceptum communem numeri: non tantum iuxta Euclidem qui dicit quod numerus ſit ex vnitatibus compoſita multitudo, ſed etiam iuxta Calepinum, atque apud Grammaticos vſitatam huius vocis expoſitionem; igitur Arithmeticæ introductionis cap. 6. item pag. 112. & alibi male ſtatuitur quod vnitas ſit numerus,

Reſpondeo. Verum quidem eſſe, quod vbi Euclides aut eius interpretes afferunt numeri definitionem, ità numerum definiant, vt hæc definitio non conueniat vnitati; & tamen niſi fallor iuxta horum authorum doctrinam continuè proportionalium numerorum ſeries dicenda eſt illa, in qua primus terminus eſt vnitas diuiſa per binarium, ſecundus terminus eſt vnitas, tertius terminus eſt binarius. Deinde non minus numerorum additioni, ſubtractioni, multiplicationi, atque diuiſioni, annumerant praxes: in quibus circa vnitatem & aggregatum vnitatum, eiuſmodi operatio inſtituitur: quam reliquæ, in quibus talis operatio inſtituitur circa duo vnitatum aggregata. Verum quidquid ſit de definitione numeri, quæ ab Euclide atque eius interpretibus affertur: vel an ſingula quæ deinde de numeris agendo tradunt cohæreant cum hac definitione; nouum non eſt

 in

in noſtra Logiſtica Euclidis definitiones non admittere: neque ad hoc tenemur, qui eius doctrinam non ſequimur. Quod ſpectat ad Grammaticos, ſi apud ipſos vnitas dici non poſſit numerus: non percipio, quomodo numeros ſuos diuidant in ſingulares & plurales, vel certe in ſingulares, duale s, & plurales. Verum de vocum ſignificatione, Grammaticales diſputationes inſtituere, ad nos non pertinet.

Dubium ſextum. In vſitata ab omnibus vulgaris & practicæ Arithmeticæ cultoribus regula aurea, qua ex datis tribus numeris inuenitur quartus proportionalis, manifeſtum eſt, ſecundum & tertium numerum poſſe inter ſe ſpecie differre, & tamen pro inuentione quarti numeri proportionalis præſcribitur, vt ſecundus & tertius numerus ſimul multiplicentur: ex quo conſtat, duos numeros diuerſę ſpeciei ſimul multiplicari poſſe: adeoque Exempli Gratia numerum quinque Iuliorum & numerum quinque Aureorum ſimul multiplicari poſſe. Quæro igitur, quis numerus producatur ex prædictis duobus numeris ſimul multiplicatis.

Ratio dubitandi eſt: quia ſi dicas ex hac multiplicatione produci numerum 25 Iuliorum: oppoſitum ſic probatur. Suppoſito quod quæratur, vnus Iulius lucratur quinque Iulios, quinque Aurei quid lucrantur? manifeſtum eſt quod per ſimplicem poſtremorum duorum numerorum multiplicationem, producatur quartus numerus proportionalis: ſed etiam in caſu propoſito manifeſtum eſt, quod quartus numerus proportionalis non ſit numerus 25 Iuliorum: ergo ex multiplicatione duorum poſtremorum numerorum, hoc eſt ex multiplicatione de qua quæſtio inſtituta eſt, non producitur numerus 25 Iuliorum. Si dicas productum ex prædicta multiplicatione eſſe numerum 25 Aureorum: oppoſitum infertur tali argumento: Suppoſito quod quæratur, vnus Aureus lucratur quinque Aureos, quinque Iulij quid lucrantur? manifeſtum eſt, quod ex ſimplici multiplicatione duorum poſtremorum numerorum producatur quartus numerus proportionalis: ſed etiam in caſu propoſito ſatis patet, quod quartus numerus proportionalis non ſit numerus 25 Aureorum: ergo ex multiplicatione duorum poſtremorum numerorum, hoc eſt ex multiplicatione de qua quæſtio inſtituta eſt, non producitur numerus 25 Aureorum. Si dicas neque produci numerum 25 Iuliorum, neque numerum 25 Aureorum: oppoſitum concluditur tali argumento. Suppoſito quod quæratur vnus Iulius lucratur, quinque Aureos, quinque Iulij quid lucrantur? manifeſtum eſt,

quod

Digitized by Google

quod per ſimplicem poſtremorum duorum numerorum multiplicationem producatur quartus numerus proportionalis: ſed etiam in caſu propoſito ſatis patet, quod quartus proportionalis numerus ſit numerus 25 Aureorum: ergo ex multiplicatione duorum poſtremorum numerorum, hoc eſt ex multiplicatione de qua queſtio inſtituta eſt, producitur numerus 25 Aureorum, adeoque aliquis ex duobus numeris, quorum vnus eſt 25 Iuliorum, alter eſt 25 Aureorum.

Quandoquidem ex allatis argumentis conſtet ad propoſitam quæſtionem reſponderi non poſſe quod ex multiplicatione de qua agitur, quæque ad vulgarem practicam Arithmeticam pertinet, producatur vel numerus 25 Iuliorum, vel numerus 25 Aureorum: hoc eſt aliquis ex duobus numeris quorum vnus eſt 25 Iuliorum, alter 25 Aureorum: & tamen etiam reſponderi non poſſit quod ex hac multiplicatione nullus ex iſtis duobus numeris producatur: videndum eſt quid reſponderi poſſit. In quem finem.

Notandum, quod dicitur pag. 62. Arithmeticæ introductionis ad Logiſticam: nimirum in practica Arithmetica vnum numerum per alterum multiplicare, nihil aliud eſſe quam inſtituere regulam auream in quo ex tribus datis numeris primus eſt vnitas. Hinc patet, quod quærere productum quod oritur ex multiplicatione duorum numerorum, quorum vnus ſit numerus quinque Iuliorum, alter ſit numerus quinque Aureorum: nihil aliud ſit, quam quærere quartum numerum proportionalem, in caſu, in quo primus numerus eſt vnitas, atque ex ſecundo & tertio numero vnus eſt numerus quinque Iuliorum, alter eſt numerus quinque Aureorum; quæ quæſtio ſufficienter determinata non eſt, niſi ſtatuatur, cum quo ex duobus poſterioribus numeris ſpeciei conueniat vnitas, quæ conſtituit primum ex tribus terminis pro regula aurea requiſitis, vt quartus proportionalis inueniatur, quæque pro regula aurea ad longum propoſita, expreſſe proponitur, verum in compendiata regula aurea quæ multiplicatio dicitur, ſubauditur.

Reſpondeo ad propoſitum dubium. In multiplicatione de qua agitur (quæque iuxta notam hic præmiſſam, eſt regula aurea compendiata in qua primus terminus eſt vnitas, atque primus terminus non exprimitur, ſed ſubauditur) vnitas quæ ſubauditur, vel eſt vnus Iulius, vel eſt vnus Aureus: in primo caſu ex multiplicatione propoſita producitur numerus 25 Aureorum, vt infertur in argumento tertio loco propoſito in ratione dubitandi; in ſecundo caſu numerus qui ex multiplicatione produ-

citur eſt numerus 25 Iuliorum, vt facile euincitur, ſimili plane argumento, quo iam diximus conſtare quod reſpondimus ad primum caſum. Denique independenter à cognitione ſpeciei vnitatis quæ ſubauditur: ſtatui non poteſt cuius ſpeciei vnitates ex multiplicatione producantur: quandoquidem manentibus reliquis omnibus quæ in quæſtione proponuntur, vnitates numeri ex multiplicatione producti, poſſint conuenire cum vtrolibet ex numeris pro multiplicatione propoſitis, vt patet ex primo & ſecundo argumento propoſito in ratione dubitandi.

Antequam ad vlteriora dubia procedam, animi gratia, inſinuo modum, quo ex alia materia magis propriè ad purum Philoſophum ſpectante, ad propoſitas difficultates deduci poſſet Philoſophus: atque illi, ſi ſatis oculatus non ſit, moleſtia creari; etenim petendo vtrum legitime atque neceſſario ſequatur, verum non eſt dicere quod aliquis ex duobus hominibus Caio & Titio doctus ſit: ergo verum eſt dicere quod nullus ex duobus iſtis hominibus doctus ſit; ſi affirmet hanc ſequelam legitimam eſſe, oppoſitum probari poteſt argumento à pari, tali modo; non ſequitur legitime verum non eſt dicere quod aliquis ex duobus numeris quorum vnus eſt numerus 25 Iuliorum alter eſt numerus 25 Aureorum, producatur ex multiplicatione duorum numerorum, quorum vnus eſt numerus 5 Iuliorum, alter eſt numerus 5 Aureorum: ergo verum eſt dicere quod nullus ex duobus numeris quorum vnus eſt 25 Iuliorum alter 25 Aureorum, producatur ex multiplicatione duorum numerorum, quorum vnus eſt numerus 5 Iuliorum alter eſt numerus 5 Aureorum; ergo non ſequitur legitime, verum non eſt dicere quod aliquis ex duobus hominibus quorum vnus eſt Caius alter eſt Titius, doctus ſit: ergo verum eſt dicere quod nullus ex iſtis duobus hominibus doctus ſit; profecto diſparitatem neque oculatiſſimus facile afferet, adeoque poſt hunc tranſitum remanet vt negetur antecedens: quod ità inferri poteſt; verum non eſt dicere quod ex multiplicatione duorum numerorum quorum vnus eſt numerus 5 Iuliorum alter numerus 5 Aureorum, producatur numerus 25 Iuliorum: & etiam verum non eſt dicere quod ex iſta multiplicatione producatur numerus 25 Aureorum: ergo verum non eſt dicere quod ex iſta multiplicatione producatur aliquis ex duobus numeris quorum vnus eſt 25 Iuliorum alter 25 Aureorum: Antecedentis partes ſingulæ inferuntur, in ratione dubitandi ſexti quæſiti, ſiue dubij: adeoque ſatis patet, quomodo ex alia materia ad purum Philoſophum ſpectante, deductus ſit Philoſophus ad difficultates indica-

dicatas: ex quibus ſe non facile expediet, ſi præter practicam Arithmeticam nihil ex Matheſi ſit aſſecutus: ſatiſque oculatus non fuerit, vt vlteriori difficultati viam intercludat, ad primam interrogationem reſpondendo ſub diſtinctione, atque dicendo, quod ſi verum non eſt dicere quod aliquis neque determinate neque indeterminate ſumptus ex duobus hominibus Caio & Titio doctus ſit, neceſſario atque legitime ſequi, nullum ex iſtis duobus hominibus doctum eſſe: licet tamen verum non ſit dicere quod aliquis ex duobus determinate ſumptus doctus ſit, non neceſſario ſequi nullum ex iſtis duobus doctum eſſe. Similiter ad dubium ſextum reſponderi poterat, determinate nullus ex duobus numeris quorum vnus eſt 25 Iuliorum alter 25 Aureorum producitur ex propoſita multiplicatione, ſed tamen ex hac multiplicatione indeterminate aliquis ex iſtis duobus numeris producitur.

Dubium ſeptimum. Axiomatis ſecundi, pag. 89. Ideæ Logiſticæ propoſiti, ſenſus eſt, quod tantum præciſè creſcat aut imminuatur proportio, quantum augetur vel imminuitur antecedens terminus proportionis, manente eodem conſequente termino: non tamen apparet quinam ſint iſti termini, ſiue quæ definitiones, ex quibus ſatis immediatè conſtet hæc propoſitio, vt poſſit dici axioma rigoroſum.

Reſpondeo. Vt hoc non videntium, mentis oculi iuuentur, vtilis erit ſubſequens diſcurſus. Ideæ Logiſticæ pagina 42. lin. 6. affertur conceptus, ſiue definitio proportionis: dicendo, Ratio ſiue proportio eſt quantitas habens abſtractam relationem magnitudinis ad aliam eiuſdem generis quantitatem. Iuxta hanc noſtram definitionem, quando dicitur ratio A *ad* B, per vocem ratio intelligendus eſt antecedens terminus A, habens abſtractam relationem magnitudinis, ad conſequentem terminum B: ſiue quod idem eſt, antecedens terminus A relatus ad conſequentem terminum B: itaque iuxta noſtram definitionem antecedens terminus A, relatus ad conſequentem terminum B dicitur ratio, quemadmodum numerus A, diuiſus per numerum B, dicitur fractio; vel ſubiectum A, habens albedinem B, dicitur album; vel vas A continens aquam B, dicitur vas aquam continens; vel vinum A mixtum aqua B, dicitur vinum mixtum. Iam vero omnibus ſatis notum arbitramur, quod numerus A diuiſus per numerum B, augeatur in duplum: ſi in duplum augeatur numerus A, manente eodem diuiſore B; Similiter quod ſubiectum A, habens albedinem B, in duplum augea-

geatur: quando in duplum augetur ſubiectum A, manente eadem albedine B; pari modo quod vas A, continens aquam B, augeatur in duplum: quando in duplum augetur vas A, manente eadem aqua B; Rurſus quod vinum A, mixtum aqua B, in duplum augeatur: quando vinum A augetur in duplum, manente eadem aqua B; & conſequenter, quod quantitas A relata ad quantitatem B, in duplum augeatur: quando quantitas A augetur in duplum, manente eadem quantitate B ad quam refertur; quoniam vero quantitas A relata ad quantitatem B, eſt illud idem, quod indicatur quando dicitur ratio A *ad* B, vt patet ex noſtra rationis definitione: ex hac definitione videtur ſatis immediatè manifeſtum, quod ratio A *ad* B in duplum augeatur: quando antecedens eius terminus A augetur in duplum, manente eodem conſequente termino B. Denique quoniam quod hic diximus de augmento in duplum termini A manifeſtum eſſe: ſimiliter patet de quolibet augmento, vel imminutione eiuſdem termini A: etiam ex prædicta noſtra rationis definitione videtur manifeſtum, quod manente eodem conſequente termino rationis, tantum preciſè augeatur vel imminuatur ratio, quantum augetur eius antecedens terminus, vt aſſeritur in dicto axiomate ſecundo.

Dubium octauum. Pagina 50. *Ideæ Logiſticæ* circa medium, dicitur, quantitatem diſcretam A ducere in quantitatem diſcretam B, eſt inuenire quantitatem diſcretam C, ità vt 1 *ad* A = B *ad* C: deinde ſuppoſita prius hac definitione ductus Arithmetici, quando pagina 95. eiuſdem Ideæ venitur ad definitionem duarum rationum inter ſe æqualium: ſtatuitur, quod omnes & ſolæ iſtæ duæ rationes dicendæ ſint inter ſe æquales eſſe, quæ habent hanc proprietatem, vt productum ex Arithmetico ductu reali vel æquiualente extremorum terminorum, æquetur producto ex Arithmetico ductu reali vel æquiualente mediorum terminorum; igitur pro definitione ductus Arithmetici, ſupponitur cognitio rationum inter ſe æqualium: & viciſſim pro definitione rationum inter ſe æqualium, ſupponitur cognitio ductus Arithmetici: quod vitioſum atque illicitum eſſe, nemo non videt.

Reſpondeo, vitioſum atque illicitum eſſe alicui defectus affingere, & temere ſuſpicari oppoſitum eius quod expreſſe docetur: etenim ſi dictis pagina 96. Ideæ Logiſticæ, addantur lineæ typographi erroribus inſertæ, quæque expreſſe notantur addendæ: non remanebit obiectioni locus; quæ tamen in his lineis pro alijs ſufficienter, pro tyronibus nimis compendiate indicata ſunt,

paulo

paulo fuſius atque intelligibilius proponere vtiliſſimũ arbitror.

Definitio ductus Arithmetici, tam integris, quam fractis numeris vulgaribus communis, proponitur pag. 16: Arithmeticæ introductionis: dicendo, numerum vulgarem A, ducere in numerum vulgarem B, eſſe idem ac inuenire numerum C, cuius numerator oriatur ex tot numeratoribus numeri A ſimul additis, quot vnitates indicantur à numeratore numeri B. :denominator vero oriatur ex tot denominatoribus numeri A ſimul additis, quot vnitates indicantur à denominatore numeri B. Singula quæ requiruntur ad intelligentiam huius definitionis, ſatis manifeſta ſunt ex clariſſima additionis definitione: atque adeo habetur clariſſima definitio Arithmetici ductus realis, planè independens ab omni notitia proportionis, aut proportionum æqualium; ſimiliter, ex ijs quæ dicuntur de ductu primo & ſecundo Geometrico, (qui ſimul conſtituunt ductum Geometricum primæ claſſis:) ſatis patet, quid ſit ductus Geometricus primæ claſſis: atque eius conceptus habetur ex motu locali lineę vel ſuperficiei, planè independenter, non tantum à notitia proportionis, aut proportionum inter ſe æqualium, ſed etiam independenter ab additione, à qua dependet conceptus realis ductus Arithmetici: totoque vt ita dicam cælo à veritate aberraret qui conciperet ſuperficiem tanquam aliquod linearum aggregatum, vel corpus tanquam aliquod ſuperficierum aggregatum: quandoquidem linea & aggregatum linearum ſint quantitates eiuſdem generis, verum linea & ſuperficies non ſint quantitates eiuſdem generis; hinc patet, quomodo independenter à notitia vel proportionis, vel proportionum æqualium: habeantur duo conceptus maxime intelligibiles: quorum primus conuenit Arithmetico ductui reali, alter conuenit Geometrico ductui primæ claſſis, qui aliter dicitur Arithmeticus ductus æquiualens: quodque prior à poſteriori multum differat: atque inter reliquas huiuſmodi differentias, hanc inueniri, quod ſinguli genitores Arithmetici ductus realis, ſint quantitates eiuſdem generis cum producto quod habetur ex tali ductu; verum ſinguli genitores Arithmetici ductus æquiualentis ſint quantitates diuerſi generis à producto quod habetur ex hoc ductu. Iam vero, ex prædictis duobus conceptibus, accipiendo illud, quod in illis commune eſt: atque præſcindendo ab ijs in quibus inter ſe differunt: habetur alius conceptus conueniens ductui Arithmetico non reſtricto ad realem vel æquiualentem; qui conceptus iterum tam facile habetur, atque tam clarus eſt, quam facile & clare

ex

ex duabus ſpeciebus clare cognitis, habetur atque cognoſcitur ſpecies aut genus, continens vtramque priorem ſpeciem: atque hic conceptus communis ductui Arithmetico, tam reali quam æquiualenti, nullo modo dependet ab intelligentia aut proportionis, aut proportionum æqualium. Vltra hunc conceptum ductui Arithmetico reali atque æquiualenti conuenientem (ex quo manifeſtum eſt, quid ſit productum ex Arithmetico ductu reali vel æquiualente) alium requirimus, ex quo cognoſcatur quid ſit duo eiuſmodi producta eſſe inter ſe æqualia: ad hoc tamen nihil requiritur, niſi intelligere quid ſit duas quantitates abſolutas eſſe inter ſe æquales, cum ſingula iſta producta ſint quantitates abſolutæ: idipſum vero intelligere neceſſarium eſt apud alios, vt vel ipſa prima Matheſeos axiomata intelligantur, quale eſt illud quod aſſerit, ſi æqualibus addantur æqualia producta ſunt æqualia: & tamen non inuenio aliquem qui laboret, vt exponat, vel conetur declarare, quid ſit, duas quantitates abſolutas eſſe inter ſe æquales: adeo hoc ab omnibus exiſtimatur maxime intelligibile atque manifeſtum; eo ipſo tamen quod cognoſcatur quid ſit duas quantitates abſolutas inter ſe æquales eſſe,& præterea intelligatur quid ſint producta ex Arithmetico ductu reali vel æquiualente (quæ ſingula vt iam oſtendimus cognoſcuntur, & facile,& independenter à cognitione aut rationum, aut rationum æqualium) atque his addatur noſtra definitio rationis, ſiue intelligentia eius, quod per vocem ratio ſignificatur: habentur omnia quæ requiruntur ad intelligentiam noſtræ definitionis, quæ omnibus & ſolis rationibus æqualibus conuenit: ſtatuitque omnes & ſolas illas duas rationes dicendas inter ſe ęquales, quæ habent hanc proprietatem, vt productum ex Arithmetico ductu reali vel æquiualente extremorum terminorum, æquetur producto ex ductu reali vel æquiualente mediorum terminorum; huic vero definitioni innititur altera ductus ſiue multiplicationis Arithmeticæ definitio: quæ proponitur pagina 50. Ideæ Logiſticæ, quęque vſitata eſt, etiam apud alios Mathematicos. Plura non exiſtimo requiri, vt tyrones intelligant quod in ſupra memoratis lineis breuiter indicatum eſt: quamque alienum ſit à nobis crimen, quod in propoſito dubio opponitur noſtræ definitioni rationum æqualium. Quod alij qui Matheſeos elementa ſcripſerunt, vel hanc, vel aliam intelligibilem atque vtilem rationum æqualium definitionem afferre non potuerint: non aliunde factum arbitror, quam quod non ſufficienter intellexerint quid ſit ratio aut proportio; quod-

que

Digitized by Google

que apud Mathematicos ſignificatum vocis ratio, & vocis quantitas (vbi de ſpecifica quantitate ſermo eſt, non enim genericè, ſed ſpecificæ tantum quantitates inter ſe rationem habent) non aliter inter ſe differant, quam quantitas relata, & quantitas abſoluta: de quo plura ad dubium præcedens; etenim hoc cognito, difficile non erat, ex facile cognoſcibili æqualitate, quæ inuenitur inter duo producta multiplicationum, quæ ſingula ſunt quantitates abſolutæ: definire, atque cognoſcere, duas quantitates relatas: hoc eſt duas rationes inter ſe æquales, vt fit in noſtra definitione: præſertim, cum apud ipſos maxime vſitatum ſit, eo modo per proprietatem definire quantitates abſolutas, quo nos definimus rationes æquales: atque Exempli Gratia dicere, quod circulus ſit ſuperficies plana vnica linea terminata, quæ habet hanc proprietatem, vt ſingula circumferentiæ puncta, æqualiter diſtent ab aliquo eodem puncto, intra circulum conſtituto; hic enim ſenſus eſt definitionis circuli, quæ in Euclidis elementis affertur, licet non proponatur iiſdem planè vocibus quas hic adhibuimus.

Dubium nonum. Logiſtica adhibet ſex axiomata hypothetica quæ proponuntur pagina 71. Ideæ Logiſticæ: hoc eſt ſex propoſitiones quæ ex terminis notæ non ſunt, atque adeo probatione indigent, & tamen non probantur, ſed gratis ſupponuntur: licet his axiomatibus hypotheticis innitantur omnia theoremata demonſtrata in parte 5. Ideæ Logiſticæ; quoniam igitur verè ac legitimè demonſtratum dici non poteſt, quod infertur ex propoſitionibus non demonſtratis, & tamen demonſtratione indigentibus; magna pars theorematum quæ in Logiſtica afferuntur demonſtrata; non poſſunt dici verè ac legitimè demonſtrata.

Reſpondeo primò. Iuxta reflexionem quæ incipit pag. 16. Ideæ Logiſticæ: Mathematicæ demonſtrationes diuiduntur in rigoroſas, & hypotheticas; quo poſito, inter verè ac legitimè demonſtratas Matheſeos propoſitiones, vel admittendæ ſunt ſolæ illæ quæ rigoroſè demonſtrantur, vel etiam admittendæ ſunt quæ hypotheticè demonſtrantur. Si ſecundum ſupponatur, male in propoſito dubio aſſumitur, quod verè ac legitimè demonſtratum dici non poſſit, quod infertur ex propoſitionibus non demonſtratis atque demonſtratione indigentibus, hoc eſt ex principijs hypotheticis: atque adeo in propoſito dubio ſupponitur primum, nimirum verè ac legitimè demonſtratam dici non poſſe propoſitionem Mathematicam, quæ rigoroſè

demonſtrata non eſt; quo ſuppoſito, vel argumentum affertur vt contrarium Mathematicis omnibus, vel vt non omnibus ſed ſpecialiter nobis contrarium. Si primum, dico duplicem inueniri modum probandi aliquam propoſitionem veram ac certam eſſe, nimirum à priori, atque tantummodo aſſumendo propoſitiones ex terminis notas aut ex his legitimè deductas: ſecundò, à poſteriori, nimirum ex ipſa propoſitione quæ probanda eſt, inferendo diuerſas alias propoſitiones, ac denique ex eo quod ſemper veræ propoſitiones inferantur, neque vnquam falſa aliqua inferri poſſit, concludendo, propoſitionem probandam veram eſſe: iuxta Metaphiſicæ axioma commune, aſſerens, ex vero nil niſi verum, ex falſo ſequi quidlibet. Iam vero licet Mathematici aſſumant aliquas propoſitiones à priori non probatas, neque per ſe notas, tamen per hoc quod ex aſſumptis propoſitionibus vera plurima inferant, nunquam vero falſi aliquid inferre poſſint: ſufficienter atque legitimè à poſteriori probant huiuſmodi aſſumptas propoſitiones veras eſſe: atque hoc modo à poſteriori ſufficienter & legitimè probata eſſe noſtra ſex principia hypothetica, negari non poteſt: cum tam multas veritates ex ipſis inferamus, neque falſum aliquid inferri potuerit vel à me, vel ab vllo alio. Simili modo à poſteriori tantum probatæ propoſitiones, non male aſſumuntur aut adhibentur ab alijs Mathematicis. Hæc pauca pro communi cauſa videntur ſufficere. Si ſecundum ſupponatur, nimirum argumentum afferri, non vt omnibus Mathematicis ſed ſpecialiter nobis contrarium: adeoque ſupponatur ſaltem aliquos ex Mathematicis ſua omnia rigoroſis demonſtrationibus ſtabilita proponere, ita vt nullas aſſumant, aut ſupponant propoſitiones, quæ vel rigoroſa axiomata non ſint, vel ex rigoroſis axiomatibus legitimo diſcurſu non ſint illatæ. Reſpondeo, magnam malitiam vel magnam Mathematicarum rerum ignorantiam requiri, vt ſupponatur atque credatur verum ſuppoſitum, ex quo contra nos argumentum deducitur. Etenim Mathematici qui ſua omnia rigoroſis demonſtrationibus ſtabilita proponere ſupponuntur: vel ſcripſerunt Matheſeos elementa, vel ab alijs ſcripta elementa ſupponunt; ſi ſecundum, eo ipſo quod elementa quæ ſupponuntur ab huiuſmodi authoribus, rigoroſe demonſtrata non ſunt: manifeſtum eſt, dici non poſſe rigoroſè demonſtrata, quæ ex huiuſmodi elementis inferunt, atque illis ſuppoſitis concludunt; quam ob rem neceſſe foret dicere, Matheſeos elementa extare, in quibus ſingula rigoroſis diſcurſibus ſtabilita inueniantur,

Digitized by Google

niantur; atque huiuſmodi elementa dicenda forent, vel Euclidis nomine inſcripta & paſſim vſitata, quæ ab Archimede, Apollonio Pergeo, alijſque antiquioribus aut magis modernis maximique nominis Mathematicis ſupponuntur: vel certe elementa alicuius maxime moderni, atque non paſſim cogniti, aut ſaltem mihi ignoti authoris. Si rigorosè fuiſſent demonſtrata, immo ſi grauioribus quibuſdam defectibus non laboraſſent, ante initium huius ſeculi noſtri impreſſa Matheſeos elementa, quæ Euclidis nomine inſcribuntur: ſiue ab Euclide prius propoſitas, ſiue pro his ſubſtitutas aliorum demonſtrationes contineant; certe hoc ſeculo tam multi non fuiſſent conati hæc elementa corrigere, atque meliora proponere; nimis longa narratione mihi opus foret ſi ex pluribus Euclideorum elementorum defectibus, deberem recenſere paucos, quos coactus fui ſparſim indicare in libellis hactenus ſcriptis de noſtra Logiſtica: vt determinate aliqui ſciantur, legi poſſet caput 12. partis ſecundæ Ideæ Logiſticæ, & caput primum partis quartæ eiuſdem Ideæ. Ex paucis, quæ in citatis capitibus notantur, abunde conſtat, quod facilius foret oſtendere nihil vſquam rigorosè demonſtratum inueniri apud Euclidem, quam elementa eius rigoroſis diſcurſibus demonſtrata ſubſiſtere. Si de aliquo magis moderno authore dubitetur, an rigoroſis demonſtrationibus ſtabilita proponat ſua elementa: videri poteſt vtrum non inciderit in illa, quæ circa Euclidis doctrinam à nobis indicantur, & conſequenter eodem aliquo ex capite elementa eius dici non poſſint rigoroſis diſcurſibus fundata. Denique generaliter circa rigoroſas elementorum demonſtrationes, ſaltem ego ſic diſcurro: in elementis in quibus termini non ſufficienter exponuntur, nihil verè dici poteſt notum ex terminis: vbi autem deficiunt ex ipſis terminis notæ propoſitiones, nullas demonſtrationes rigoroſas inueniri poſſe, ſatis manifeſtum eſt; igitur nullæ inueniri poſſunt rigoroſę demonſtrationes, in elementis, in quibus termini ſufficienter expoſiti non inueniuntur: atqui (pro ea Matheſi quę ſcientia eſt, ad quam propriè ſpectant rigoroſę demonſtrationes) ſufficienter expoſiti non poſſunt dici termini, quando ex terminorum expoſitione intelligi non poteſt, qui ſint, aut quomodo inter ſe differant, conceptus correſpondentes ipſis terminis: igitur nihil rigorosè demonſtratum inueniri poteſt in Matheſeos elementis, in quibus ex terminorum expoſitione intelligi non poteſt, qui ſint, aut quomodo inter ſe differant, ipſis terminis correſpondentes conceptus; quod ſi verum eſt, nemo

Digitized by Google

non videt etiam veriſſimum eſſe, nihil rigoroſè demonſtratum inueniri poſſe apud illos authores, qui non definiunt aut exponunt, quantitatem continuam, quantitatem diſcretam, proportionem, angulum: vel certe ita definiunt aut exponunt, vt ex ipſis definitionibus atque expoſitionibus, intelligi non poſſit, qui ſint, aut quomodo inter ſe differant conceptus correſpondentes iſtis vocibus, pro Matheſi maxime neceſſarijs, atque ab omnibus vſitatis; Exempli Gratia, vtrum proportio, vel angulus quantitas ſit: & conſequenter quantitatibus omnibus communes proprietates neceſſario admittat; vel penes quid inter ſe conueniant aut differant, continua atque diſcreta quantitas: aliaque huiuſmodi pluribus paſſim expoſita in Logiſticæ Idea. Hęc terminorum intelligentia, quanti referat pro Matheſi, ignorare non poteſt mediocriter verſatus in noſtra methodo; qui non male ſtatuunt parum referre; non ſcientię Mathematicę, ſed tantum artium huic ſciĕtię ſubordinatarum cultores ſunt; quoniam enim ad artes non pertinent rigoroſę demonſtrationes, pro his rudis terminorum intelligentia ſufficit; verum ſcientiam componere, cum ignorantia obiecti ipſius ſcientię aut conceptuum qui reſpondent terminis neceſſarijs pro tali ſcientia: prorſus impoſſibile eſſe, non facile negabit, qui omnis ſcientię ignarus non eſt.

Hactenus dictis ad dubium propoſitum, addi poſſunt, quæ ad ſimile dubium reſpondimus cap. 13. partis 2. Ideæ Logiſticę.

Dubium decimum. Iuxta Logiſticam numerus definitur, vnitas vel vnitatum aggregatum: atqui manifeſtum eſt, tum vnitatem, tum etiam quodlibet vnitatum aggregatum, indicari poſſe per numeros vulgares: ergo quod indicari ſiue exprimi non poteſt per vllum numerum vulgarem, non poteſt dici numerus: ſed ex propoſitione 9. epiſt. 4. lib. 1. epiſtolarum Mathematicarum, conſtat multos numeros radicales, Exempli Gratia R 1 ✳ 200, indicari ſiue explicari non poſſe vllo numero vulgari: ergo huiuſmodi numeri radicales non poſſunt dici numeri: ergo male in Logiſtica agitur de numeris radicalibus, ac ſi eſſent veri numeri.

Prętereа, cum iuxta Logiſticę definitionem omnis numerus ſit vel vnitas vel vnitatum aggregatum, ſinguli numeri menſurantur ab vnitate: igitur non dantur vlli duo numeri qui ſinguli non menſurentur ab vnitate: ſed duo numeri qui ſinguli menſurantur ab vnitate, pro communi menſura habent vnitatem:

tem: ergo non dantur vlli duo numeri qui nullam omnino menſuram communem habeant: ſed ex prop. 12. & 13. epiſtolę 4. libri 1. epiſtolarum Mathematicarum ſatis conſtat, quod multi numeri radicales nullam omnino menſuram communem habeant: ergo multi numeri radicales non ſunt veri numeri; ergo male in Logiſtica agitur de numeris radicalibus, ac ſi eſſent veri numeri.

Denique intelligi non poteſt, quod, vel quale ſit vnitatum aggregatum quod indicatur, ſiue æquiualet, numero qui dicitur radix prima numeri 200: ergo ſuppoſito quod hic numerus radicalis poſſit dici numerus, tunc etiam dici debet, numerus nullo modo intelligibilis, adeoque chimæricus: ergo etiam Logiſtica, cum aliorum Algebra habet commune, ſuum aucupium chimærarum: atque vtitur numeris imaginarijs; igitur non ſubſiſtit differentia inter Logiſticam & Algebram, quę breuiter inſinuatur circa finem reflexionis 4. Arithmeticæ introductionis ad Logiſticam, in deriuatione Logiſticæ ex Arithmetica vulgari.

Reſpondeo, numeros radicales, non minus verè ac propriè loquendo eſſe numeros, quam vulgares: atque definitionem aſſerentem quod numerus ſit vnitas vel vnitatum aggregatum, conuenire omnibus numeris radicalibus: ſingulóſque numeros radicales indicare, non minus veras & intelligibiles vnitates, aut vnitatum aggregata, quam indicentur à numeris vulgaribus.

Vt melius intelligatur, quod reſpondetur ad propoſitum dubium: notandum quamlibet diſtantiam duorum punctorum A & B explicari poſſe per numerum vulgarem alicuius ſpeciei: Exempli Gratia dicendo quod diſtantia punctorum A & B ſit 10 palmorum, ſiue 10 menſurarum X: cum enim menſura X, nihil aliud ſit quam linea quam placuit appellare menſuram X, qualiſcunque ſit diſtantia punctorum A & B, pro menſura X aſſumendo decimam partem lineæ A B, verum erit diſtantiam punctorum A & B eſſe decem menſurarum X. Præterea, manente hypotheſi quod diſtantia punctorum A & B ſit decem palmorum, vel menſurarum X: iterum vt prius manifeſtum eſt, vlterius verificari, atque ſupponi poſſe, quod diſtantia punctorum A & C ſit 10 pedum, vel menſurarum Z: qualiſcunque ſit linea A C: dummodo pro pede, ſiue menſura Z, aſſumatur decima pars lineæ A C; quare ſuppoſito quod eiuſdem quadrati latus ſit A B, atque diameter ſit A C: verum eſſe poteſt quod diſtantia punctorum A & B, ſit 10 menſurarum X: & inſuper

quod

quod diſtantia punctorum A & C, ſit 10 menſurarum Z; facta igitur hypotheſi quod eiuſdem quadrati latus ſit A B, atque diameter ſit A C; quodque diſtantia punctorum A & B, ſit 10 menſurarum X: & inſuper quod diſtantia punctorum A & C, ſit 10 menſurarum Z; nemo non videt, commodo, atque paſſim vſitato modo, per vulgares numeros poſſe intelligibiliter indicari, tam diſtantiam punctorum A & B, quam diſtantiam punctorum A & C: dicendo quod puncta A & B, ab inuicem diſtent 10 menſuris X: & præterea quod puncta A & C, ab inuicem diſtent 10 menſuris Z; quare ſi numeri radicales de quibus in propoſito dubio agitur, quique aſſeruntur nullo modo intelligibiles, atque chimærici, alio tantum loquendi modo ſignificent numeros eoſdem, ſiue æquales, illis vulgaribus numeris, quibus in propoſita hypotheſi diximus, maxime intelligibili atque vſitato modo explicari diſtantiam, tam punctorum A & B, quam punctorum A & C: certe conſtabit dictos radicales numeros, non inexplicabiles, non chimæricos, ſed maxime intelligibiles & facile explicabiles eſſe: ac præterea non minus vera ac propriè dicta vnitatum aggregata indicare, quam indicentur à prædictis vulgaribus numeris. Supereſt igitur vt afferam aliquem ex numeris radicalibus, de quibus dubitatur an ſint intelligibiles aut explicabiles per vulgares numeros: atque oſtendam, illum æqualem eſſe vni ex prædictis numeris vulgaribus facile intelligibilibus & paſſim vſitatis: atque manente hypotheſi prius hic propoſita, talis erit R 1 ✳ 200 X; quod hic numerus radicalis nullam radicem primam habeat, ſatis conſtat ex prop. 12. epiſt. 4. lib. 1. epiſtolarum, atque adeo eſt vnus ex illis radicalibus numeris de quibus tantum incidere poteſt dubium, vtrum indicet vnitatum aggregatum, aut explicabilis ſit per vulgarem numerum. Aſſero itaque R 1 ✳ 200 X = 10 Z, atque adeo priorem qui radicalis eſt & prima radice caret, recte explicari per poſteriorem qui vulgaris eſt, atque ab omnibus intelligibilis. Hanc aſſertionem ità probo. Per hypotheſim 10 X *ad* 10 Z = A B *ad* A C: ergo 10 X 2 *ad* 10 Z 2 = A B 2 *ad* A C 2: ſed 10 X 2 = 100 X, item 10 Z 2 = 100 Z: ergo 100 X *ad* 100 Z = A B 2 *ad* A C 2: atqui per prop. 12. epiſt. 4. lib. 1. epiſtolarum, 2 A B 2 = A C 2: ergo etiam 200 X = 100 Z: ergo R 1 ✳ 200 X = R 1 ✳ 100 Z: ſed R 1 ✳ 100 Z = 10 Z: ergo R 1 ✳ 200 X = 10 Z. Quod erat probandum.

Quando dicitur quod aliquis vulgaris numerus, Exempli Gratia numerus 200, non habeat radicem primam exprimibilem

per

per numerum vulgarem: ſermo eſt de numeris vulgaribus indicantibus eiuſdem ſpeciei indiuidua, atque adeo tantum aſſeritur, non eſſe poſſibilem aliquem numerum vulgarem indicantem eiuſdem ſpeciei indiuidua cum numero 200, qui ſit æqualis radici primæ numeri 200; quare ſuppoſito quod numerus 200 indicet indiuidua non reſtricta ad ſpeciem inferiorem, tunc non eſt poſſibilis numerus vulgaris indicans indiuidua non reſtricta ad ſpeciem inferiorem, qui ſit æqualis radici primæ numeri 200; Similiter ſuppoſito quod numerus 200 indicet indiuidua reſtricta ad palmos, ſiue indiuidua palmaria: tunc non eſt poſſibilis numerus vulgaris indicans indiuidua palmaria, qui æquetur radici primæ numeri 200. Quando autem aſſeritur quod numerus vulgaris 200 non habeat radicem primam exprimibilem per numerum vulgarem: nullo modo negatur inueniri numerum vulgarem qui indicet indiuidua diuerſa ab indiuiduis indicatis à numero 200, qui ſit æqualis radici primæ numeri 200; etenim ſuppoſito quod numerus 200 indicet indiuidua palmaria, dari poteſt numerus vulgaris qui indicet indiuidua pedalia, atque æqualis ſit radici primæ numeri 200: vt patet in paulò ante propoſita hypotheſi, in qua oſtendimus verum eſſe, quod numerus vulgaris 10 pedum ſit æqualis radici primæ numeri 200 palmorum. Denique licet verum ſit, quod dari non poſſit numerus vulgaris qui ſit æqualis radici primę numeri 200, ita vt indicet indiuidua eiuſdem ſpeciei cum indiuiduis indicatis à numero 200: tamen hoc verum non eſt de numeris radicalibus; ſed ſuppoſito Exempli Gratia quod numerus vulgaris 200 indicet indiuidua palmaria, poterit dari numerus radicalis indicans indiuidua palmaria, atque ęqualis ſit radici primæ numeri 200; & generaliter qualiacunque ſint indiuidua indicata à vulgari numero 200, poterit dari radicalis numerus indicans eiuſdem ſpeciei indiuidua, qui æqualis ſit radici primę vulgaris numeri 200; etenim ſcriptio R 1 ✠ 200 exhibet radicalem numerum qui eſt æqualis radici primæ numeri 200, atq; indicat indiuidua eiuſdem ſpeciei cum indiuiduis indicatis à numero 200, qualiacunque tandem indiuidua indicet numerus 200. Hæc videntur mihi ſufficere, vt conſtet verum eſſe quod reſpondimus ad propoſitum dubium. Reliquum eſt vt reſpondeamus breuiter ad argumenta contra noſtram Logiſticam allata.

Circa primum argumentum, conceſſis anterioribus propoſitionibus, diſtinguo illam propoſitionem in qua aſſumitur, quod R 1 ✠ 200 indicari non poſſit per vulgarem numerum: atque

conce-

concedo, hanc radicem indicari non poſſe per numerum vulgarem indicantem indiuidua eiuſdem ſpeciei cum indiuiduis indicatis à numero 200 : id enim tantum euincitur in citata propoſitione nona, vt notatur ad XVI gradum; nego tamen hanc radicem indicari non poſſe per numerum vulgarem, indicantem indiuidua diuerſæ ſpeciei ab indiuiduis quæ indicantur à numero vulgari 200. quandoquidem in hypotheſi paulò antè hic propoſita, per numerum vulgarem expoſuerimus radicem primam numeri 200, atque oſtenderimus R 1 ⚹ 200 X ⩵ 10 Z : ex quo ſatis patet falſum eſſe quod vlterius infertur.

In ſecundo argumento, diſtinguo propoſitionem aſſerentem quod ſinguli numeri menſurentur ab vnitate : ſinguli numeri indicantes eiuſdem ſpeciei vnitates, menſurantur ab vnitate talis ſpeciei indiuiduum indicante concedo: ſinguli numeri non indicantes vnitates eiuſdem ſpeciei, menſurantur ab vnitate eiuſdem ſpeciei indiuiduum indicante, nego: ex quo ſatis conſtat bene inferri quod non dentur duo numeri eiuſdem ſpeciei indiuidua indicantes, qui nullam omnino menſuram communem habeant: ſed tamen male inferri, & falſum eſſe, quod non dentur vlli numeri qui nullam menſuram communem habeant.

Quod in tertio argumento aſſumitur, nimirum intelligi non poſſe, quod, vel quale ſit vnitatum aggregatum, quod indicatur à radice prima numeri 200:hoc inquam falſum eſſe iuxta noſtram Logiſticam : ſatis patet ex ijs quæ paulò antè hic notauimus; idem verum eſſe iuxta Algebræ doctores, facile concedo: etenim niſi fallor plurima alia in Matheſi facile intelligibilia, neque percipiunt, neque inquirunt:licet talia ſint, vt numerentur inter fundamenta quibus innititur ars illa, quæ Algebra appellatur; hoc tamen ex capite non videntur reprehenſibiles; quidquid enim ſit de excellentia & laudibus quibus artem iſtam extollunt, tamen vix vllum Algebræ ſcriptorem inuenio adeo ignorantem, vt neget Algebram artem eſſe; quam non pauci ſatis appoſite comparant Ariadnæ filo, quo ducente, etiam cæci, vel clauſos habentes oculos,per labyrinthum inueniunt viam, per quam filum excurrit. Iam vero, iuxta ea quæ capite primo annotauimus, non ad artem Matheſi ſubordinatam : ſed ad Matheſim ipſam, quæ ſcientia eſt, quæque docetur in noſtra Logiſtica, pertinet examinare, inquirere, atque intelligere fundamenta regularum, quibus vtuntur artes Mathematicæ: & quoniam inter artes iſtas numeretur Algebra, certe qui Algebram docent, muneris ſui partes omnes adimplent, quando & pro

hac

hac arte requiſitas regulas bene proponunt, atque regularum vſum ſufficienter exponunt: permittendo ſcientificæ Matheſeos amatoribus curam, aut inquirendi, atque examinandi regularum fundamenta: aut inferendi regulas ex ſcientificis principijs. Non vulgari beneficio ſibi obſtringeret Algebram, qui artis huius directrices regulas, hactenus non ſatis ſtabilitas, ex principijs ſcientificis inferendo, redderet bene fundatas: ſic enim nullo venturo tempore ruinam deberet pertimeſcere; verum à quo tantum beneficium impetrauerit, hactenus inuentus eſt nemo: immo neque aliquando inueniendum, non omnino temere ſuſpicari poteſt, qui attente conſiderat, quales nugas, qualia monſtra, quales chimæras aſſumant, pro fundamentis, quotquot conati ſunt indicatum beneficium præſtare Algebræ: quos propterea varijs in locis putaui appellandos aucupes chimærarum. Cæterum inter præſtantes Matheſeos artes numerandam eſſe Algebram, nuſquam nego: multoque minus hanc artem damno: ſed vt alibi dixi, tantum non probo eius apparatum, tot nouis atque non neceſſarijs vocabulis abundantem, vt artis huius candidatis maiorem moleſtiam creent ipſa vocabula, quam artis præcepta. Si exemplum placet, lege prob. 2. cap. 5. lib. 1. Logiſticæ: praxis quæ hoc problemate à nobis docetur, à Franciſco Vieta, ſpecioſæ Algebræ inuentore, appellatur Hypobibaſmus: & cap. 5. Iſagoge in artem analyticam; *Hypobibaſmus*, inquit, *eſt æqua depreſſio poteſtatis & parodicorum graduum obſeruato ſcalæ ordine, donec homogeneum ſub depreſſiore gradu cadat in datum omnino homogeneum cui comparantur reliqua*; ita ipſe: neque plura, ex paſſim obuijs pluribus exemplis requiri exiſtimo, vt intelligatur verum eſſe, quod de Algebræ apparatu, vocabuliſque inutilibus, & candidatos terrentibus hic breuiter volui notare: vt amiciſſimus mihi Dominus N. N. in reſponſione ad ſuum argumentum inueniat, quæ quadrant notis argumento adiectis; alia nonnulla pro reliquis notis, & etiam pro Logiſticæ noſtræ candidatis vtilia inueniuntur pagina 84. & tribus proxime ſequentibus, in Arithmetica introductione ad Logiſticam: & in aliquibus ex ſubſequentibus dubijs.

Dubium vndecimum. Vſus quinti axiomatis hypothetici propoſiti cap. 13. partis 2. Ideæ Logiſticæ, multo moleſtior eſt, vſu reliquorum axiomatum quæ ibidem proponuntur: quæritur an huic moleſtiæ remedium nullum afferri poſſit? Præterea ibidem propoſitum ſextum axioma hypotheticum,

Digitized by Google

non videtur vniuerſaliter verum eſſe: etenim ſuppoſito quod arcus A B habeat ſinum D B, quodque arcus A R habeat ſinum X: tunc A B *in* A K ductu 5 *ad* A R *in* A K ductu 5 non = A B *in* A K *ad* A R *in* A K; Quod oſtendo tali diſcurſu. Per axioma 5 hypotheticum A B *in* A K ductu 5 *ad* A B *in* A K ductu 1 = D B *ad* A B: ſed A B *in* A K ductu 1 *ad* A R *in* A K ductu 1 = A B *ad* A R: ergo ex æquo A B *in* A K ductu 5 *ad* A R *in* A K ductu 1 = D B *ad* A R: atqui per axioma 5 hypotheticum, A R *in* A K ductu 1 *ad* A R *in* A K ductu 5 = A R *ad* X; ergo ex æquo A B *in* A K ductu 5 *ad* A R *in* A K ductu 5 = D B *ad* X: ſed D B *ad* X non = A B *ad* A R, vt ſatis manifeſtum eſt: ergo A B *in* A K ductu 5 *ad* A R *in* A K ductu 5 non = A B *ad* A R: atqui A B *in* A K *ad* A R *in* A K = A B *ad* A R: igitur A B *in* A K ductu 5 *ad* A R *in* A K ductu 5 non = A B *in* A K *ad* A R *in* A K; Quod erat probandum.

Fig. 1.

Reſpondeo hic proponi duo dubia, prima fronte plane diuerſa, ſed tamen inter ſe maxime connexa: non tantum quia ſingula ſpectant ad noſtra principia hypothetica: verum etiam, quia ſuppoſita mutatione quinti axiomatis hypothetici (quæ mutatio vtilis eſt vt primo ex his duobus dubijs ſatisfiat) neceſſaria eſt mutatio ſexti axiomatis hypothetici: ne illi aduerſetur difficultas quæ mouetur in ſecundo ex duobus dubijs hic propoſitis.

Reſpondeo ad primam partem dubij hic propoſiti, quod ex quinto noſtro axiomate hypothetico reſultans ſpecialis difficultas, duplex conſiderari poteſt. Prima difficultas eſt, quæ reſultat ex eo quod in quinto axiomate aſſerta proportio quam habet ductus primus ad ductum quintum, exprimatur per quantitates continuas: reliqua vero axiomata ibidem propoſita, in numeris vulgaribus exhibeant proportionem quam aſſerunt: adeoque tanto difficilius eſt quintum, quam ex reliquis quodlibet axioma adhibere, quantò difficilior eſt vſus quantitatum continuarum, vſu vulgarium numerorum. Vt quinti axiomatis hypothetici, prima hæc difficultas tolleretur: neceſſe foret, in numeris vulgaribus exhibere proportionem, quam habet ductus primus ad ductum quintum; & quoniam hæc proportio eſt eadem cum proportione quam habet quarta pars circumferentiæ circuli, ad radium eiuſdem circuli, quando baſis quæ ducitur ductu quinto eſt quarta pars circumferentiæ circuli: neceſſe foret in vulgaribus numeris

meris exhibere proportionem, quam habet quarta pars circumferentiæ circuli, ad eiuſdem circuli radium: adeoque proponere veram circuli quadraturam. Altera quinti axiomatis difficultas eſt, quod ex ſolis Logiſticæ noſtræ elementis, plerumque ſatis commodè atque immediatè demonſtrari poſſint propoſitiones, in quibus ſtatuitur aliquid de proportione inter duas quantitates productas ex reliquis ductibus: verum pro demonſtrationibus propoſitionum aliquid ſtatuentium de proportione quantitatum, quarum aliqua producitur ductu quinto, non raro neceſſe ſit aſſumere aliquas propoſitiones, quæ non numerantur inter Logiſticæ elementa, licet ex his demonſtrari poſſint. Hæc ſecunda difficultas, oritur ex eo, quod ductus quintus nominatus pro vt in Idea Logiſticæ proponitur, ſatis reſtrictus ſit: quare in maiori vniuerſalitate tum ductus quinti nominati, tum axiomatis quinti hypothetici, huic ductui correſpondentis: haberetur remedium pro hac ſecunda difficultate; quod an ità ſit, experientia melius quam allatis à me rationibus diſci poterit: ſi pro ductu quinto propoſito cap. 3. partis 2. Ideæ Logiſticæ ſubſtituatur ſiue adhibeatur ductus quintus ampliatus quem hic propono, & conſequenter pro axiomate quinto hypothetico quod notatur cap. 13. partis 2. Ideæ Logiſticæ, ſubſtituatur, ſiue adhibeatur axioma quintum ampliatum, quod hic ſubſequitur ductum quintum ampliatum, atque illi reſpondet; ac denique pro ſexto axiomate hypothetico propoſito cap. 13 partis 2. Ideæ Logiſticæ, ſubſtituatur ſextum axioma hypotheticum ampliatum, quod propono in reſponſione ad ſecundam partem huius vndecimi dubij.

Ductus quintus Geometricus ampliatus.

Suppoſito quod ſuperficies A D B ſit quadrans circuli, cuius arcus A B, vtcunque diuiſus ſit in punctis P & R: ex quibus ad centrum D, ductæ ſint rectæ P D & R D: quodque quadrans B D A, præciſè tantum motu rotationis circumferatur circa axem D B, ità vt arcus deſcriptus à puncto A, ſit A K; intelligi poteſt ſuperficies producta, vel à toto arcu B A, vel à quauis eius parte B P, vel P R, vel R A. Præterea intelligi poteſt, corpus productum, vel à toto quadrante B D A, vel à quolibet ejus ſectore B D P, vel P D R, vel R D A. In hac hypotheſi, ſuperficies quæ in- Fig. 1.

telligitur producta, vel ex toto arcu B A vel ex quauis eius parte, appelletur ſuperficies producta ductu quinto ampliato: & ſimiliter ductu quinto ampliato produci dicatur, quodlibet corpus, quod in propoſita hypotheſi intelligitur produci vel ex toto quadrante B D A, vel ex quouis eius ſectore: hoc eſt ex quauis parte quadrantis, terminata vno quadrantis arcu, & duobus eiuſdem quadrantis radijs in eius centro D concurrentibus. Adeo vt productum ex ductu quinto ampliato dici poſſit, tum quæuis ſuperficies quæ in propoſita hypotheſi intelligitur produci, vel à toto arcu B A, vel à quauis eius parte: tum etiam quoduis corpus, quod in propoſita hypotheſi intelligitur produci, vel à toto quadrante A D B, vel à quouis eius ſectore. Hoc modo intelligendo ductum quintum ampliatum, ſcriptio B A *in* A K ductu 5, ſignificat ſuperficiem in propoſita hypotheſi productam ex arcu B A. Scriptio B P *in* A K ductu 5, ſignificat ſuperficiem in propoſita hypotheſi productam ab arcu B P. Scriptio PR*in*AK ductu 5, ſignificat ſuperficiem in propoſita hypotheſi productam ab arcu P R. Scriptio R A *in* A K ductu 5, ſignificat ſuperficiem in propoſita hypotheſi productam ab arcu R A. Similiter ſcriptio B D A *in* A K ductu 5, ſignificat corpus in propoſita hypotheſi productum à quadrante B D A. Scriptio B D P *in* A K ductu 5, ſignificat corpus in propoſita hypotheſi productum à ſectore B D P. Scriptio PDR*in*AK ductu 5, ſignificat corpus in propoſita hypotheſi productum à ſectore P D R. Scriptio R D A *in* A K ductu 5, ſignificat corpus in propoſita hypotheſi productum à ſuperficie R D A. Quales ſint ſuperficies, vel qualia ſint corpora, quæ in propoſita hypotheſi, adeoque ductu quinto ampliato produci poſſunt, facile intelligitur ex ipſo conceptu ductus quinti ampliati, quem hic expoſuimus.

Vt hic ductus quintus ampliatus adhibeatur loco ductus quinti magis reſtricti qui exponitur cap. 3. partis 2. Ideæ Logiſticæ, pro quinto atque magis reſtricto axiomate hypothetico propoſito cap. 13. partis 2. Ideæ Logiſticæ, ſubſtituendum eſt ſubſequens axioma hypotheticum reſpondens ductui quinto ampliato.

Quintum axioma hypotheticum ampliatum.

Quando baſis A eſt linea: A *in* C ductu 1 *ad* A *in* C ductu 5 = 2 E *ad* 2 F ♎ 2 G *ad* H.

Quando

Quando baſis A eſt ſuperficies: A *in* C ductu 1 *ad* A *in* C ductu 5 = 3 E *ad* 2 F ≏ 3 G *ad* H.

Pro intelligentia huius axiomatis, notandum quod littera E ſignificet arcum, nimirum illum arcum qui eſt baſis, vel certè terminat ſectorem qui eſt baſis. Littera F ſignificat partem axeos quæ correſpondet arcui E: per partem axeos arcui E correſpondentem, intelligendo, illam partem axeos, circa quam rotatur arcus E, quæq; abſcinditur à duabus rectis lineis ab extremitatibus arcus E perpendiculariter occurrentibus axi: vel quæ abſcinditur ab ipſo arcu E & à recta quæ ab altero arcus extremo puncto perpendiculariter occurrit axi, quando vnum extremum punctum arcus E eſt in ipſo axe. Littera G, ſignificat ſectorem, nimirum illum ſectorem, qui eſt baſis, vel qui terminatur ab arcu qui eſt baſis, quæque duci intelligitur ductu quinto ampliato. Denique littera H, ſignificat rectangulum cuius baſis eſt radius arcus E, altitudo vero eſt recta F, ſiue pars axeos arcui E correſpondens. Exempli Gratia ſupponto quod vel arcus B A, vel ſector B D A ſit baſis: tunc littera E, ſignificat arcum B A; littera F ſignificat axem D B; Littera G ſignificat ſectorem B D A; littera H ſignificat rectangulum cuius baſis D B & altitudo D B, hoc eſt D B 2. Rurſus ſuppoſito, quod vel arcus P A, vel ſector P D A ſit baſis: quodque recta P M perpendiculariter in puncto M, occurrat axi D B; littera E ſignificat arcum P A; littera F ſignificat rectam D M; littera G ſignificat ſectorem P D A; littera H ſignificat rectangulum cuius baſis eſt D B altitudo D M, hoc eſt D B *in* D M. Similiter ſuppoſito quod baſis ſit, vel arcus B P, vel ſector B D P: quodque recta P M, axi D B perpendiculariter occurrat in puncto M: tunc littera E ſignificat arcum B P; littera F ſignificat rectam M B; littera G ſignificat ſectorem B D P; littera H ſignificat rectangulum cuius baſis eſt D B altitudo M B, hoc eſt D B *in* M B. Fig. 1.

Propoſitum quintum axioma hypotheticum ampliatum à nobis diuiſum eſt in duas partes, correſpondentes duobus caſibus diuerſis, qui conſiderari poſſunt in ductu quinto ampliato: ſic vt primus caſus ſit, quando baſis quæ ducitur eſt arcus: ſecundus caſus ſit, quando baſis quæ ducitur eſt ſector circuli. De primo caſu agit prima pars axiomatis: de ſecundo caſu agit ſecunda pars: in vtraque parte, ſemper ſuppoſito

to quod & baſes quæ ducuntur & altitudines in quas baſes ducuntur ſint eędem ſiue æquales, proponitur duplex proportio, indicans proportionem quam habet productum ex ductu primo ad productum ex ductu quinto ampliato: ſiue proportionem quam habet ductus primus ad ductum quintum ampliatum; hoc tamen per lineas indicat prior proportio, litteris E & F, expreſſa: poſterior litteris G & H expreſſa, idem indicat per ſuperficies: ex quibus duabus proportionibus, ſubinde vna, ſubinde altera commodior eſt: atque hac de cauſa vtraque proponitur. Hæc videntur ſufficere circa primam partem præſentis dubij.

Reſpondeo ad ſecundam partem dubij vndecimi, veriſſimum eſſe ac legitime probari, quod in hypotheſi de qua ibi agitur, A B *in* A K ductu 5 *ad* A R *in* A K ductu 5 non = A B *in* A K *ad* A R *in* A K: ſed tamen me non videre, quod hæc vera atque legitimè illata propoſitio, aduerſetur ſexto axiomati hypothetico propoſito in Idea Logiſticæ: in quo axiomate, à nobis non dicitur quod A *in* C ductu 5 *ad* B *in* D ductu 5 = A *in* C *ad* B *in* D: ſed tantum aſſeritur, quod A *in* C ductu 5 *ad* A *in* C ductu 5 = A *in* C *ad* A *in* C; quare axioma ſextum hypotheticum, vt à nobis proponitur, eſt reſtrictum ad caſum in quo duæ baſes quæ ductu quinto ducuntur ſunt inter ſe æquales; ſi vero dixiſſemus quod A *in* C ductu 5 *ad* B *in* D ductu 5 = A *in* C *ad* B *in* D, non foret reſtrictum ad caſum in quo baſes ſunt inter ſe æquales, ſed fuiſſet longe vniuerſalius, amplectens etiam caſum in quo baſes quæ ducuntur ductu quinto ſunt inter ſe inæquales· de quo caſu agitur in ſecunda parte dubij hic propoſiti; atque diuerſus eſt à caſu de quo agit noſtrum ſextum axioma hypotheticum: quod ſufficit notaſſe ad ſolutionem dubij de quo hic agitur, Quoniam tamen inſinuata maior vniuerſalitas ſexti axiomatis hypothetici, non tantum vtilis eſſe poteſt, atque deſiderabilis: ſed præterea in ſexto axiomate hypothetico neceſſaria eſt aliqua mutatio, eoipſo quod pro quinto axiomate hypothetico in Idea Logiſticæ propoſito, ſubſtituatur quintum axioma hypotheticum ampliatum, quod hic expoſuimus; propono ſextum axioma hypotheticum ampliatum, atque pro ſexto axiomate hypothetico in Idea Logiſticæ propoſito ſubſtituendum aut adhibendum, quando quintum axioma hypotheticum ſubſtituitur vel adhibetur, pro quinto axiomate hypothetico quod proponitur in Idea Logiſticæ; id vero neceſſa-

neceſſarium eſſe, inde ſatis conſtat, quia Exempli Gratia, licet arcus R P æquetur arcui R A, tamen B P *in* A K ductu 5 non = R A *in* A K ductu 5 : adeoque ductu quinto ampliato, poſſunt duæ baſes inter ſe æquales duci in eamdem altitudinem, ità tamen vt non generent quantitates inter ſe æquales : & conſequenter duæ quantitates, quæ ſingulæ ductu quinto ampliato producuntur ex baſibus & altitudinibus æqualibus, non neceſſario habent proportionem æqualitatis ; licet neceſſario hanc proportionem habeant, duæ quantitates ductu primo genitæ ex baſibus & altitudinibus æqualibus. Fig. 1.

Axioma ſextum hypotheticum ampliatum.

Prima pars. A *in* C quouis ductu diuerſo à quinto *ad* B *in* D, eodem, ſiue eiuſdem claſsis ductu = A *in* C *ad* B *in* D.

Secunda pars. A *in* C ductu quinto *ad* B *in* D ductu 5 = X *in* C *ad* Z *in* D.

Nota pro ſecunda parte. Littera X, ſignificat partem axeos quæ correſpondet arcui qui eſt baſis A, vel terminat ſectorem A, qui baſis eſt. Littera Z, ſignificat partem axeos quæ correſpondet arcui qui eſt baſis B, vel terminat ſectorem qui eſt baſis B.

Propoſita axiomata ampliata, legitimè inferre ex magis reſtrictis ; quæ proponuntur in Idea Logiſticæ : difficile non eſt, ſed tamen id non facio, quia videtur parum vtile ad præſens inſtitutum.

Dubium duodecimum. Iuxta problem. 3. cap. 3. libri 1 Logiſticæ verum eſt quod − 2 *in* − 2 = 2 *in* 2 : igitur per axioma ; pag. 99. Ideæ Logiſticæ, − 2 *ad* 2 = 2 *ad* − 2 : atqui iuxta Logiſticam, − 2, eſt maius vel minus, quam 2 ; igitur antecedens quod eſt maius ſuo conſequente, ad ſuum conſequens : habet eamdem rationem, quam habet antecedens quod eſt minus ſuo conſequente, ad ſuum conſequens. Quod eſt prorſus impoſſibile.

Reſpondeo. Suppoſitis fundamentis quæ ſupponuntur ab ijs contra quos hoc argumentum affertur pag. 11. ſiue 12 lib. 1. Epiſtolarum Mathematicarum : legitimè ſequitur impoſſibile, ſiue abſurdum quod infertur ; idem tamen abſurdum nullo modo ſequitur, ſuppoſitis fundamentis quibus vtitur noſtra Logiſti-

Digitized by Google

Logiſtica. Inter Logiſticæ fundamenta numerantur rationes indifferentes, de quibus agimus capite vndecimo partis ſecundæ Ideæ Logiſticæ; huiuſmodi rationes indifferentes, non inueniuntur inter fundamenta doctrinæ contra quam attulimus prædictum argumentum; & quia legitimè infert abſurdum iuxta doctrinam quæ non agnoſcit proportiones indifferentes; ſed tamen non legitimè infert abſurdum, iuxta doctrinam quæ agnoſcit atque ſupponit rationes indifferentes: bene proponitur contra alios, ſed inutiliter contra noſtram Logiſticam retorquetur. Iuxta doctrinam noſtram de rationibus indifferentibus propoſitam cap. 11. partis 2. Ideæ Logiſticæ: rationes − 2 *ad* 2 & 2 *ad* − 2 non ſunt rationes æqualitatis, ſed ſingulæ ſunt planè indifferentes, vt vocentur rationes maioris vel minoris inæqualitatis; quandoquidem igitur in æquatione in qua dicitur − 2 *ad* 2 = 2 *ad* − 2, ſingulæ rationes quæ aſſeruntur æquales inter ſe, poſſint dici maioris inæqualitatis: & etiam ſingulæ poſſint dici rationes minoris inæqualitatis: adeoque eodem iure ſingulæ dicantur rationes maioris inæqualitatis, vel ſingulæ dicantur rationes minoris inæqualitatis: aſſerendo hanc æquationem, non aſſeritur aliquid magis abſurdum, quam quando aſſeritur quod inter ſe æquales ſint duæ rationes quæ ſingulæ ſunt, vel dici poſſunt maioris inæqualitatis, vel certè ſingulæ ſunt aut dici poſſunt minoris inæqualitatis; in qua aſſertione, ne quidem apparet vlla vmbra abſurditatis, aut impoſſibilitatis: cum ex ipſa definitionum intelligentia manifeſtum ſit, tam duas rationes maioris inæqualitatis, quam duas rationes minoris inæqualitatis, inter ſe æquales eſſe poſſe. Ex eadem tamen definitionum intelligentia immediatè patet, prorſus abſurdum atque impoſſibile eſſe, vt inter ſe æquentur duæ rationes diuerſę à ratione æqualitatis, quarum vna non ſit ratio maioris inæqualitatis, altera non ſit ratio minoris inæqualitatis: atque hoc abſurdum admittendum eſſe ab ijs qui non agnoſcunt rationes indifferentes, legitimè infertur propoſito argumento; adeoque benę à nobis affertur contra doctrinam quam impugnamus in epiſtola prima libri 1. Mathematicarum epiſtolarum, ſed planè inutiliter contra noſtram Logiſticam retorquetur.

Ad argumentum in forma propoſitum ſimiliter in forma reſpondeo: concedendo primum enthymema: deinde diſtinguendo minorem quæ ſubſumitur: atqui − 2, eſt aliquid maius vel aliquid minus quam 2, ſic vt poſſit tantum dici maiuș vel

vel tantum minus, nego minorem: ſic vt poſſit dici maius & etiam poſſit dici minus, concedo minorem. Similiter diſtinguo conſequens: ergo antecedens quod ità eſt vel dicitur maius ſuo conſequente, vt non poſſit eſſe ſiue dici minus ſuo conſequente, ad ſuum conſequens habet eamdem rationem, quam antecedens quod ità eſt vel dicitur minus ſuo conſequente, vt non ſit vel poſſit dici maius ſuo conſequente, habet ad ſuum conſequens: nego conſequentiam; ergo antecedens, quod ità eſt vel dicitur maius ſuo conſequente, vt etiam ſit ſiue dici poſſit minus ſuo conſequente, ad ſuum conſequens habet eamdem rationem, quam antecedens quod ità eſt vel dicitur minus ſuo conſequente, vt etiam ſit ſiue dici poſſit maius ſuo conſequente, habet ad ſuum conſequens: concedo conſequentiam; & nego hoc vltimum atque conceſſum conſequens, eſſe abſurdum, aut inuoluere aliquid impoſſibile.

Argumentum cuius ſolutionem hic attulimus eſt vnum ex pluribus à me allatis in prima Epiſtola libri 1. Epiſtolarum Mathematicarum, vt oſtenderem, ex ſpeculatiuis Carteſianæ Algebræ fundamentis, eadem facilitate inferri vera & falſa, poſſibilia & impoſſibilia, cohærentia, & inter ſe contraria aut contradictoria; atque ex allata ſolutione ſatis conſtat, quod licet legitime concludat contra doctrinam contra quam à me affertur, tamen nihil euincat contra noſtram Logiſticam; idemque verum eſſe de reliquis argumentis quæ in dicta epiſtola pagina 12. ſubſequuntur, videtur ſatis manifeſtum: quandoquidem ſingula eodem fere modo ſoluantur, & nihil euincant contra Logiſticam noſtram admittentem rationes indifferentes: tametſi ſingula legitime concludant contra doctrinam non agnoſcentem rationes indifferentes: qualis eſt illa cui innititur Carteſiana Algebra.

Si aliquis quærat, an forte demonſtrationes quæ in prædicta noſtra Epiſtola reprobantur, poſſent approbari, ſuppoſita noſtra indifferentium rationum doctrina, aliiſque ex noſtra Logiſtica conducentibus ad ſtabiliendas propoſitiones probandas? Conſideret quæ ad dubium 8. diximus de differentia quæ intercedit inter productum ex Arithmetico & Geometrico ductu: quodque primum haberi poſſit per additionem: atque eiuſdem generis quantitas ſit, cum ipſis genitoribus ex quibus producitur; ſecundum haberi non poſſit per additionem: neque eſſe poſſit quantitas eiuſdem generis cum genito-

 ribus

ribus ex quibus producitur. Iam vero ſi per additionem nequeat produci quidem poſſit quantitas, quæ generatur ex vna linea in ſeipſam vel in aliam lineam ducta, nihil conducit additio, vt ex illa inferatur proprietas conueniens quantitati quæ per additionem produci non poteſt: qualis quantitas eſt productum ex linea ducta in ſeipſam, vel aliam lineam; & tamen demonſtrationes quas in citata epiſtola reijcimus, intentum non euincunt, eoipſo quod non inferant vniuerſaliter, adeoque etiam in caſu in quo genitores ſint lineæ, verum eſſe, quod quantitati ex ductu genitæ conueniat proprietas aſſerta in titulo propoſitionis: nimirum, quod per multiplicationem producta quantitas ſemper ſit negatiua hoc eſt ſigno − affecta, quando ex genitoribus vnus ſigno † alter ſigno − afficitur; quodque per multiplicationem producta quantitas ſemper ſit poſitiua hoc eſt ſigno † affecta, quando ex genitoribus vterque eſt poſitiuus hoc eſt ſigno † affectus, vel vterque eſt negatiuus hoc eſt ſigno − affectus. Ex his non difficulter intelligitur quod demonſtrationes quæ in dicta epiſtola à nobis negantur ſubſiſtere, non fierent legitimæ, ſuppoſita noſtra doctrina rationum indifferentium; præterea quamuis neque pauci, neque leues ſint, iſtarum demonſtrationum defectus quos in dicta epiſtola indicamus, plures tamen obſeruatos fuiſſe, licet noluerim plures indicare: & non otioſè à me dictum, quod ad plura pronum calamum cohibeam &c. Aduertendum tamen quod hic inſinuatum defectum attingere noluerim, quod ſcirem magis modernam Carteſianam Algebram, non contentam antiquioris Algebræ Chimæris, aſſumere atque adoptare voluiſſe omnes Chimæras Geometriæ indiuiſibilium: hæc Geometria ſupponit ſingulas lineas eſſe aggregata punctorum: ſingulas ſuperficies eſſe aggregata linearum: ſingula corpora eſſe aggregata ſuperficierum; adeoque ex punctis Mathematicis per additionem produci lineas: quæ rurſus ſimul additæ producant ſuperficies: ex quibus denuo per additionem generentur corpora; quamobrem nullo fructu inſinuatum hic defectum indicaſſem, niſi ſimul longius quam par erat producendo epiſtolam, oſtendiſſem defectus fundamentorum quæ in Geometria indiuiſibilium aſſumuntur: & quam bene cohæreat doctrina, in qua ſupponitur, quod Exempli Gratia ex duabus lineis per additionem producatur ſuperficies, quodque ſinguli genitores additionis, ad genitum ex additione habeant proportionem: & tamen concedi non poteſt,

teſt, quod linea ad ſuperficiem vllam habeat proportionem; ſimiliterque ſupponitur omne aggregatum punctorum eſſe punctorum numerum vulgarem, & quamlibet lineam eſſe agregatum punctorum: & tamen admitti non poteſt, quemlibet, immo vllum numerum vulgarem diuidi poſſe, ſicuti diuidi poteſt quælibet linea: nimirum extrema & media ratione; hoc modo quamlibet lineam, nullum vero numerum vulgarem diuidi poſſe, oſtenditur prop. 14.& 16.epiſtolæ 4.lib.1. epiſtolarum Mathematicarum.

Denique aduertendum, in demonſtratione noſtra propoſita pag. 62. Ideæ Logiſticæ: in qua oſtendimus † *in* — producere —: & etiam — *in* — producere †: ſupponi, quod vnitas, quæ in hac multiplicatione ſiue compendiata regula aurea ſubauditur, ſit vnitas poſitiua: iuxta vniuerſalem legem noſtram, in qua ſtatuitur ſingulos numeros eſſe poſitiuos, qui expreſsè non afficiuntur ſigno —: ſiue expreſsè ſigno † afficiantur, ſiue nullo ſigno afficiantur; cum enim impoſſibile ſit, expreſsè ſigno — affici numerum, qui non exprimitur ſed tantum ſubauditur, iuxta prædictam legem impoſſibile eſt, vt ſit negatiuus numerus, qui non exprimitur ſed tantum ſubauditur; adeoque vnitas quæ in prædicta multiplicatione ſiue compendiata regula aurea ſubauditur, neceſſario eſt vnitas poſitiua. Deinde quia ſuppoſito quod A *in* B = C, tantum quæſtio eſt, quid producat A *in* — B, vel — A *in* — B: atque impoſſibile eſt, vt in compendiata regula aurea ſiue in multiplicatione, per quam ex poſitiua quantitate A, ducta in poſitiuam quantitatem B, producitur poſitiua quantitas C, ſubaudiatur alia vnitas quam poſitiua, ne admittatur — 1 *ad* A = B *ad* C: ex ipſa hypotheſi ſatis manifeſtum eſt, in multiplicatione, ſiue in compendiata regula aurea de qua quæſtio inſtituitur, vnitatem quæ ſubauditur eſſe vnitatem poſitiuam: eamque nullo modo eſſe poſſe negatiuam: etiam independenter à lege noſtræ Logiſticæ, iuxta quam modo diximus neceſſario poſitiuam eſſe vnitatem, quæ ſubauditur in multiplicatione ſiue compendiata regula aurea de qua hic agitur. Cæterum ſuppoſito quod vnitas quæ ſubauditur in multiplicatione, in qua quantitas negatiua ducitur in quantitatem negatiuam, ſit vnitas negatiua: tunc quantitas negatiua ducta in quantitatem negatiuam, produceret quantitatem negatiuam: & verum non eſſet quod — *in* — produceret †: ſed verum eſſet quod — *in* — produceret —.

I 2 Dubium

Digitized by Google

Dubium decimum tertium. In theoremate 5. partis 4. Ideæ Logiſticæ: dicitur, quod qualeſcunque ſint quantitates A, B, C, D, ità vt A *ad* B = C *ad* D: ſemper verum eſſe, quod permutando, etiam A *ad* C = B *ad* D; igitur ſuppoſito quod A *ad* B = C *ad* D, ſic vt ſingulæ litteræ A & B ſignificent ſingulas lineas, quodque littera C repræſentet numerum 3, & littera D repræſentet numerum 6: permutando verum erit, A *ad* 3 = B *ad* 6; ſed per hypotheſim A eſt linea: igitur linea A ad numerum 3 habet proportionem: & etiam linea B ad numerum 6 habet proportionem; quod eſt contra communia Matheſeos, & etiam contra Logiſticæ principia: iuxta quæ quantitas vnius generis non habet proportionem ad quantitatem alterius generis; etenim in parte ſecunda cap. 6. Ideæ Logiſticæ, dicitur quod ratio ſiue proportio, ſit quantitas habens abſtractam relationem magnitudinis ad aliam quantitatem eiuſdem generis.

Præterea qualeſcunque ſint lineæ A & B, ità vt A = B: iuxta Logiſticam etiam A 2 = B 2: atque æqualibus addendo æqualia legitimè infertur A 2 † A = B 2 † B: ſed in propoſita hypotheſi A 2 eſt ſuperficies, & etiam B 2 eſt ſuperficies: ergo iuxta Logiſticam complexum ex A 2 & A, hoc eſt complexum ex ſuperficie & linea, eſt aliquod totum ſiue aliqua totalis quantitas, atque producitur per additionem. Similiter ſuppoſito quod ſingulæ litteræ A & B repræſentent ſingulas lineas, quodque A = B: quia etiam 3 = 3, iuxta quartum axioma cap. 13 Ideæ Logiſticæ verum erit, quod A † 3 = B † 3, atque complexum ex linea A & numero 3, erit aliquod totum, ſiue aliqua totalis quantitas, atque producitur per additionem. Iam vero quodlibet totum, ſiue totalis quantitas quæ producitur per additionem partium, eſt aliquid maius qualibet parte: igitur complexum ex ſuperficie A 2, & linea A; vel complexum ex linea A, & numero 3, eſt aliqua totalis quantitas, maior quam linea A: ſed quantitas quæ dicitur maior altera quantitate aliter appellatur proportio, diciturque habere proportionem ad illam alteram quantitatem: ergo complexum ex ſuperficie A 2 & linea A, item complexum ex linea A & numero 3, dicitur habere proportionem ad lineam A: atqui totalis quantitas quæ eſt complexum ex ſuperficie A 2 & linea A, vel complexum ex linea A & numero 3, non eſt quantitas eiuſdem generis cum linea A: ergo quantitas quæ non eſt eiuſdem generis cum linea A,

habet

habet proportionem ad lineam A.

Tertiò. Suppoſito quod litteræ A & B, ſingulæ ſignificent lineam: quodque A *ad* B = 2 *ad* 4: per axioma 3. partis 4. cap. 2. Ideę Logiſticæ, ſequitur quod A *in* 4 = B *in* 2: ergo linea A poteſt multiplicari per numerum 4; ſed multiplicatio eſt compendiata regula aurea, in qua datorum trium terminorum primus eſt vnitas: ergo ad tres terminos quorum primus vnitas, ſecundus linea A, tertius numerus 4, poteſt inueniri quartus terminus proportionalis C: ità vt verum ſit 1 *ad* A = 4 *ad* C: ſed ex regula aurea etiam patet in caſu propoſito, quod quartus terminus proportionalis C neceſſario ſpecie conueniat cum ſecundo termino A, quandoquidem primus terminus 1, ſpecie conueniat cum tertio termino 4, adeoque terminus C eſt linea: ergo verum eſſe poteſt quod vnitas ad lineam A, habeat eamdem proportionem, quam habet numerus 4 ad lineam C: ergo numerus 4 ad lineam C poteſt habere proportionem, licet iſtæ duæ quantitates non ſint eiuſdem generis, ſed vna ſit quantitas diſcreta altera continua.

Quartò. Qualemcunque quantitatem repræſentet littera A, iuxta Logiſticam verum eſt, quod A *in* A = A 2: & conſequenter quod 1 *ad* A = A *ad* A 2: ergo hoc verum eſt ſuppoſito quod A repræſentet rectam lineam, adeoque A 2 repræſentet ſuperficiem, nimirum quadratum factum ſupra rectam lineam A: ſed iuxta Logiſticam vnitas eſt numerus: igitur iuxta Logiſticam verum eſt, quod numerus ad lineam A, habeat eamdem proportionem, quam habet linea A ad ſuperficiem, quæ ſit quadratum factum ſupra lineam A: igitur iuxta Logiſticam, & numerus ad lineam, & linea ad ſuperficiem habet proportionem: licet numerus & linea, item linea & ſuperficies, ſint quantitates diuerſi generis.

Reſpondeo. Iuxta Logiſticam non admitti additionem duarum quantitatum genere differentium. Hinc cap. 2. Arithmeticæ introductionis ad Logiſticam, dicitur, quod addere duos numeros, ſit inuenire vnum numerum, qui propoſitis duobus numeris æqualis ſit. Similiter addere duas lineas, eſt inuenire vnam lineam quæ duabus datis lineis æqualis ſit. Et cap. 8. Ideæ Logiſticæ, generaliter dicitur quod addere duas quantitates, eſt inuenire vnam quantitatem, quæ duabus datis quantitatibus æqualis ſit. Iam vero complexum ex duabus quantitatibus genere diuerſis, poteſt quidem eſſe vnum complexum duarum quantitatum genere differentium:

ſed

ſed non poteſt eſſe vna quantitas: adeoque non poteſt eſſe productum ex additione, cui conuenit definitio additionis propoſita in noſtra Logiſtica; hinc in fine cap. 2. partis ſecundæ Ideæ Logiſticæ expreſſe negamus, ſuperficiem & lineam addi poſſe; & ad dubium 8. expreſse docemus, quod quantitas producta per additionem neceſſario ſit quantitas eiuſdem generis cum ſingulis genitoribus additionis; præterea cap. 12. partis 2. Ideæ Logiſticæ, prius notamus æquiuocationis periculum in Euclideo axiomate, aſſerente omne totum ſua parte maius eſſe, & vt pro hoc axiomate aliud ſubſtituamus, quod æquiuocationi expoſitum non ſit: aſſerimus ſubſequenti capite, productum per additionem ex genitoribus vniformibus eſſe maius ſingulis genitoribus: adeo vt Euclideum axioma non ſubſiſtat, niſi per vocem totum intelligatur productum quod oritur per additionem ex genitoribus vniformibus: & per vocem pars, intelligantur ſinguli ex iſtis genitoribus vniformibus.

Præterea Logiſtica noſtra non admittit vllam proportionem inter quantitates diuerſi generis: adeo vt numerus ad lineam, aut linea ad ſuperficiem, non poſſit habere proportionem.

Antequam reſpondeam ad argumenta contra hanc noſtram doctrinam propoſita; aduertendum ad illa quę docentur cap. 3. partis 2. Ideæ Logiſticæ: quid nimirum ſit valor quantitatis, à quo duæ quantitates, etiam diuerſi generis, dicuntur æquiualentes inter ſe. Præterea reflectendum ad dicta cap. 8. partis ſecundæ Ideæ Logiſticæ: nimirum quomodo inter ſe differant operationes reales, atque æquiualentes, Exempli Gratia additio realis eſt in qua adduntur ipſæ quantitates propoſitæ: additio æquiualens eſt, in qua non adduntur ipſæ quantitates propoſitæ, ſed tantum adduntur valores quantitatum propoſitarum: ſic licet addi non poſſint duæ quantitates, quarum vna ſit linea, altera ſuperficies: tamen iſtarum quantitatum valores, ſunt quantitates eiuſdem generis, atque addi poſſunt. Pari modo licet ſuperficies ad lineam nullam habeat proportionem, quia ſunt quantitates diuerſi generis: tamen valor lineæ ad valorem ſuperficiei habet proportionem, & ſunt quantitates eiuſdem generis.

Hi**s** prænotatis, facilis eſt ſolutio ſingulorum argumentorum quæ in hoc dubio proponuntur: & non tantum noſtræ Logiſticæ, ſed etiam aliorum quorumdam Mathematicorum doctrinæ

Digitized by Google

doctrinæ aduerſantur; non ſcio tamen, an iuxta ipſorum fundamenta faciles, vel etiam poſſibiles ſint, propoſitorum argumentorum ſolutiones: præſertim ſi noſtram æquiualentium quantitatum doctrinam aut non agnoſcant, aut non admittant; hanc agnouiſſe non videntur elementorum ſcriptores qui eius nuſquam meminerunt, & tamen omnes mecum communem habent argumentandi modum, qui proponitur prop. 16. lib. 5. elementorum Euclidis, de quo agitur in primo argumento, quique paſſim dicitur permutatio rationum: dictam propoſitionem aliqui ità proponunt: *Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & permutata proportionales erunt.* Alij vero ſic proponunt: *Si quatuor quantitates eiuſdem generis proportionales fuerint: & permutando proportionales erunt.* Priori modo propoſita propoſitio magis vniuerſalis eſt. Poſteriori modo propoſita eſt minus vniuerſalis, atque reſtricta ad terminos qui ſint quantitates eiuſdem generis. Argumenta quæ ad eius probationem afferunt, ſi demonſtratiua ſunt, ad ſummum euincunt eius veritatem in poſteriori, atque magis reſtricto ſenſu: vnde qui priori ſenſu eam proponunt, nullatenus euincunt intentum; an in magis reſtricto ſenſu alijs ſufficiat, atque in caſu particulari ſtabilita propoſitio deinde non aſſumatur ac ſi vniuerſaliter foret probata: hoc loco non controuerto: huius tamen propoſitionis veritas in ſenſu magis reſtricto non ſufficit pro noſtra Logiſtica: ſed requiritur dictus argumentandi modus, in quolibet caſu, in quo quatuor termini ſunt proportionales: ſiue termini iſti ſinguli ſint quantitates eiuſdem generis, ſiue ſint quantitates diuerſi generis; quamobrem propoſitione quinta cap. 3. partis 4. Ideæ Logiſticæ dicimus, quod qualeſcunque ſint quantitates A, B, C, D, ità tamen vt A *ad* B = C *ad* D, ſemper verum eſſe, ac legitimè ſequi, quod A *ad* C = B *ad* D; atque ſuppoſitis noſtris principijs indicatis in notis hic præmiſſis, ſatis patet, huius propoſitionis ſenſum eſſe, quod qualeſcunque ſint quantitates A, B, C, D, ſiue ſint eiuſdem ſiue diuerſi generis quantitates, ità tamen vt A *ad* B = C *ad* D, ſemper verum eſſe, quod valor quantitatis A, ad valorem quantitatis C, habeat eamdem proportionem, quam valor quantitatis B, habet ad valorem quantitatis D.

Ad primum argumentum dico. Suppoſita hypotheſi, quod ſingulæ litteræ A & B, repræſentent lineas, quodque A *ad* B = 3 *ad* 6: iuxta Logiſticam noſtram legitimè ſequitur quod

A *ad* 3

A *ad* 3 = B *ad* 6; huius tamen conſequentis ſenſus non eſt, quod linea A ad numerum 3, habeat proportionem, quę æqualis ſit proportioni quam habet linea B ad numerum 6: ſed ſenſus eius eſt, quod valor lineæ A ad valorem numeri 3, habeat proportionem, quæ æqualis ſit proportioni quam habet valor lineæ B ad valorem numeri 6; & quoniam valor lineæ A, & valor numeri 3, ſunt quantitates eiuſdem generis: quando aſſerimus quod A *ad* 3 = B *ad* 6, non aſſerimus proportionem inter quantitates diuerſi generis: vt ex mala terminorum noſtrorum intelligentia, male contra nos infertur in primo argumento; hic idem error ſubſequentibus argumentis communis eſt.

Ad ſecundum argumentum reſpondeo. Suppoſito quod ſingulæ litteræ A & B repræſentent ſingulas lineas, quodque A = B: iuxta noſtram Logiſticam legitimè infertur quod A 2 = B 2: atque æqualibus addendo æqualia, legitimè ſequitur quod A 2 † A = B 2 † B: quodque A 2 ſit ſuperficies, & etiam B 2 ſit ſuperficies; ſed tamen huius conſequentis ſenſus non eſt, quod ſuperficies A 2, addita lineæ A, producat quantitatem æqualem quantitati productæ ex ſuperficie B 2 addita lineæ B: huiuſmodi enim additionem quantitatum diuerſi generis non agnoſcit noſtra Logiſtica: ſed prædicti conſequentis ſenſus eſt, quod valor ſuperficiei A 2, additus valori lineæ A, producat quantitatem æqualem quantitati quæ producitur ex valore ſuperficiei B 2, addito valori lineæ B; in qua additione non adduntur quantitates diuerſi generis, quandoquidem iuxta noſtram Logiſticam ſuperficierum linearumque valores ſint quantitates eiuſdem generis. Similiter iuxta noſtram Logiſticam verum non eſt, quod complexum ex ſuperficie A 2, & linea A, ſit aliqua quantitas totalis producta per additionem, atque maior partiali quantitate, ſiue linea A: ſed tantum verum eſt, quod complexum ex valore ſuperficiei A 2, & valore lineæ A, ſit aliqua quantitas totalis producta per additionem, atque maior valore partiali quantitatis, ſiue lineæ A.

Ad tertium argumentum reſpondetur. Facta hypotheſi quod ſingulæ litteræ A & B, ſignificent lineam: quodque A *ad* B = 2 *ad* 4; iuxta Logiſticam noſtram legitimè ſequitur, quod A *in* 4 = B *in* 2; hinc tamen male infertur, quod linea poſſit multiplicari per numerum: & tantum ſequitur, quod valor lineæ poſſit multiplicari per valorem numeri: quodque valor

valor vnitatis, ad valorem lineæ A, habeat eamdem proportionem, quam valor numeri 4 habet ad valorem quantitatis C.

Ad quartum argumentum reſpondeo. Qualemcunque quantitatem repræſentet littera A, & conſequenter etiam ſuppoſito quod littera A ſignificet lineam: iuxta Logiſticam noſtram verum eſt, quod A *in* A = A 2: & conſequenter, quod 1 *ad* A = A *ad* A 2: hinc tamen non ſequitur, quod vnitas ad lineam A, habeat eamdem proportionem, quam linea A habet ad ſuperficiem A 2: tantum enim ſequitur, quod valor vnitatis ad valorem lineæ A, habeat eamdem proportionem, quam valor lineæ A habet ad valorem ſuperficiei A 2; qui valores ſinguli ſunt quantitates eiuſdem generis, licet quantitates quarum valores ſunt, genere differant.

Dubium decimum quartum. Quomodo recentioris Logiſticæ author, pag. 85. Arithmeticæ introductionis ad Logiſticam, negat ſe vnquam inueniſſe Algebræ definitionem? an forte nunquam inſpexit maxime celebres notas D. Florimondi de Beaune in Geometriam Renati des Cartes, atque tertio eius Geometriæ libro appoſitas, quæ ità incipiunt. *Algebra ſpecioſa*, hoc eſt, *quæ exercetur per ſpecies rerum, quæ literis Alphabeti, aliiſue ſimilibus deſignantur, eſt ſcientia, inueſtigandis inueniendiſque Theorematis & Problematis inſeruiens, ac res homogeneas, quarum rationes vel proportiones conſiderantur, concernens. Dicimus autem rationem inter ſe habere duas res, cum homogeneæ ſeu eiuſdem naturæ exiſtentes, aut æquales ſunt, aut inæquales, & minor per ſui ipſius additionem, tandem maior euadit, maioremque ſuperans. Adeo vt hæc ſcientia non ſolum Algebram numeroſam atque Veterum Analyſin Geometricam comprehendat; ſed etiam omne id, quod relationem quandam habet aut proportionem, vt refert D. des Cartes, in ſua de Methodo diſſertatione.* Hactenus D. de Beaune. Preterea D. Carolus Renaldinus in ampliſſima ſua Algebra, pagina 7. præfationis; *Algebra*, inquit, *ſcientia eſt, quæ ex datis magnitudinibus æquationis beneficio magnitudinem ignotam adinueniens, explicans, atque demonſtrans: Problemata non ſoluta ſoluit; male ſoluta reijcit; atque Theorematum veritatem inquirit.* Similiter plures alij authores, propoſuerunt Algebræ definitionem; an ergo ex his pluribus authoribus nullum vnquam legit, qui nuſquam inuenit Algebræ definitionem?

Reſpondeo, me nuſquam negaſſe, quod citatas, aliaſque huiuſmodi definitiones legerim: ſed negaſſe me quod vſquam

inuenerim Algebræ definitionem. Vt melius intelligar.

Nota primò. In Algebra à P. Chriſtophoro Clauio conſcripta, capite primo, agitur de inuentore ac nomine Algebræ, vbi hæc habentur. *De inuentore huius artis non conuenit inter omnes; Gebrum Arabem Aſtronomum aſſerunt non pauci, & à Gebro Algebram dictam contendunt. Vero ſimilius tamen Ioannes Regiomontanus in præfatione Alphragani Diophanto Alexandrino hoc inuentum attribuit. Ipſe enim Diophantus in tredecim librorum præfatione, quos hac de re ſcripſit ad Dioniſium, ſe primum huius ſcientiæ inuentorem profitetur, & à nemine ante in lucem datam, immo ad ſuam vſque ætatem ignotam omnino fuiſſe pronuntiat. Maiorem accepit nomen ob ipſam varietatem; nam quod inter cæteras Arithmeticæ regulas præſtat, Ars maior à pluribus appellata eſt. Regulam cenſus & rei latini dixerunt; hoc eſt regulam radicis & quadrati. Magna enim ex parte quæſtiones in hac arte propoſitæ ſoluuntur per calculationes radicum, quas ipſi res, & quadratorum, quos ijdem cenſus vocant vt ſuo loco conſtabit. Apud Italos Regula coſæ (ſeu della coſa) nuncupatur, quod in quæſtionibus ſoluendis ſemper vna radix ponatur, quam ipſi coſam dicunt. Ex quo etiam nomen illud ſortita eſt, quo à multis regula Coſſica nominatur. Non vno eam nomine Arabes omnes nominarunt, Algebram, enim quidam vocant, quod apud eos idem ſonat, ac reſtitutio; quia nimirum in quæſtionibus hac arte ſoluendis ad aliquam ſemper æquationem, ſiue æqualitatem eſt deueniendum; in qua, quidquid ablatum, quidquid diminutum eſt, quidquid deeſſe comperitur, reſtaurari oportet. Almuchabulam vero, quod oppoſitionem eorum lingua ſignificat, propterea vocant alij, quod in quæſtionum abditis exponendis in hac ſcientia, cum ad æquationem æqualitatemue peruentum eſt, duo ſemper numeri æquales, diuerſo tamen nomine, ſibi inuicem opponuntur. Atque hinc poſtremo factum eſt, vt geminatis nominibus Algebram & Almuchabulam aliqui vocauerint; quod ſcilicet tum per reſtaurationem, tum per hanc, quam modo diximus, oppoſitionem, quæſtiones omnes expediant.* Hæc Clauius.

Nota ſecundò. D. Franciſcus Vieta, in artem analyticen iſagoge capite primo hæc habet. *Eſt veritatis inquirendæ via quædam in Mathematicis, quam Plato primus inueniſſe dicitur, à Theone nominata Analyſis, & ab eodem definita, adſumptio quæſiti tanquam conceſſi per conſequentia ad verum conceſſum. Vt contra ſynthesis, Adſumptio conceſſi per conſequentia ad quæſiti finem & comprehenſionem. Et quanquam veteres duplicem tantùm propoſuerunt Analyſin* ζητητικὴν ϗ ποριστικὴν, *ad quas de-*

finitio

finitio Theonis maximè pertinet, conſtitui tamen etiam tertiam ſpeciem, quæ dicatur ῥητικὴ ἢ ἐξηγητικὴ, conſentaneum eſt, vt ſit Zetetice qua inuenitur æqualitas proportioue magnitudinis de qua quæritur, cum ijs quæ data ſunt. Poriſtice, qua de æqualitate vel proportione ordinati Theorematis veritas examinatur. Exegetice, qua ex ordinata æqualitate vel proportione ipſa de qua quæritur exhibetur magnitudo. Atque adeò tota Ars Analytice triplex illud ſibi vindicans officium definitur, Doctrina bene inueniendi in Mathematicis. Ac quod ad Zeteticen quidem attinet, inſtituitur arte Logica per ſyllogiſmos & enthymemata, quorum firmamenta ſunt ea ipſa quibus æqualitates & proportiones concluduntur ſymbola, tam ex communibus deriuanda notionibus, quàm ordinandis vt ipſius Analyſeos theorematis. Forma autem Zeteſin ineundi ex arte propria eſt, non iam in numeris ſuam Logicam exercente, quæ fuit oſcitantia veterum Analyſtarum: ſed per Logiſticen ſub ſpecie nouiter inducendam, feliciorem multò & potiorem numeroſa ad comparandum inter ſe magnitudines, propoſita primùm homogeneorum lege, & inde conſtituta, vt fit, ſolemni magnitudinum ex genere ad genus vi ſua proportionaliter adſcendentium vel deſcendentium ſerie ſeu ſcala, qua gradus earundem & genera in comparationibus deſignentur ac diſtinguantur. Hæc Vieta.

Nota tertio. Communis niſi fallor Mathematicorum opinio eſt, numeroſæ Algebræ, vel inuentorem, vel ſaltem antiquiſſimum cuius opera extant ſcriptorem, eſſe Diophantum Alexandrinum quem vixiſſe circa annum 300. poſt Chriſtum, teſtatur Claudius Gaſpar Bachetus, qui ſex priores Diophanti libros ex græca in latinam linguam vertit, atque notis illuſtrauit; Specioſæ vero Algebræ inuentorem eſſe Franciſcum Vietam, qui vixit circa finem ſeculi proxime præteriti, atque anno tertio huius ſeculi obijſſe ſcribitur. Præterea ſpecioſam Algebram à Franciſco Vieta inuentam ad meliorem formam reduxiſſe dicitur Renatus des Cartes, à quo gallice conſcripta Algebra in lucem prodijt anno 1637. vt teſtatur Franciſcus à Schooten, in ijs quæ ad lectorem pręmittit in Renati des Cartes Geometria, a ſe in latinam linguam verſa, multis notis illuſtrata, atque ſuis aliorumque additamentis nobilitata.

P. Andreas Taquet, in hiſtorica narratione de ortu & progreſſu Matheſeos quæ in eius elementis planę & ſolidæ Geometriæ, præcedit librum primum: verſus finem, *Diophantus* inquit *Alexandrinus in Arithmetica tantus fuit, quantus in Geometria Archimedes, Apollonius, Euclides; verè totius numericæ*

K 2 *ſubtili-*

ſubtilitatis magiſter; à quo reperta ſit admirabilis illa ars quam Algebram dicimus; quæ hiſce temporibus à Franciſco Vieta, & Renato Carteſio multò perfectior & vniuerſalior effecta eſt. Idem P. Andreas Taquet, in Arithmeticæ Theoria & praxi, in admonitione ad lectorem, quæ immediatè ſubſequitur axiomata, hæc habet. *Primus (quod ſciam) Logiſticam ſpecioſam, vel inuenit, vel certe adhibuit Franciſcus Vieta: ſed Renatus Carteſius ad commodiorem formam reuocauit. Præcepta huius methodi à Franciſco à Schooten conſcripta, iam in lucem ſunt edita per Er. Bartholinum. Porrò operationum ſpecioſarum prima rudimenta hæc ſunt &c.* Denique concludens admonitiones ad lectorem. *Cæterum* inquit *non mihi propoſitum fuit hic tradere præcepta Logiſticæ ſpecioſæ; de qua, atque Algebra tum numeroſa tum ſpecioſa, ſi Deo placuerit alio loco acturus ſum; ſed ea ſolum attingere, quorum in his elementis, ac deinde in Arithmetica practica vſus erit.* Vbi aduertendum quod per Logiſticam ſpecioſam, intelligat modum, addendi, ſubtrahendi, multiplicandi, & diuidendi, ſpecies litterarum repræſentantes numeros: quemadmodum Logiſticam integrorum numerorum inſcribit ſuum librum primum Arithmeticæ practicæ; & ſimiliter Logiſticam fractorum numerorum inſcribit ſecundum librum Arithmeticæ practicæ: atque in primo libro circa integros, in ſecundo libro circa fractos numeros, doceat tantum additionem, ſubtractionem, multiplicationem atque diuiſionem.

Nota quarto. Si credendum eſt, Franciſco à Schooten præcipuo expoſitori, atque promotori, tum Analyticę à Franciſco Vieta conſcriptæ: tum Geometriæ Renati des Cartes: per huius Geometriam, & illius Analyticam, intelligi debet illud, quod aliter, atque iam paſſim vſitato loquendi modo, dicitur Algebra ſpecioſa; vt abunde conſtat ex eius expoſitionibus ac notis, additis prædictæ Analyticæ aut Geometriæ. Eo tempore quo de Algebra ſcripſit, non tantum Diophantus Alexandrinus, ſed etiam P. Chriſtophorus Clauius: tantum cognita erat vnica Algebra, quæ reſpectu facto ad deinde inuentam Algebram ſpecioſam, antiquior eſt, vtpote à Diophanti temporibus cognita, & antiqua Algebra paſſim appellatur; hæc eadem aliter dicitur Algebra numeroſa, vtpote non niſi numeris accommodata, vſum non habet pro Geometria. Verum Franciſcus Vieta pro numeris ſubſtituendo litteras ex Alphabeto deſumptas, hoc eſt ſpecies litterarum, longe ampliorem reddidit vſum regularum antiquioris Algebræ

Digitized by Google

bræ, atque promouit vltra fines quibus circumſcribitur Arithmetica: ſic vt Algebræ artis præcepta, iam non tantum pro numeris, ſiue diſcretis quantitatibus: ſed etiam pro lineis reliquiſque continuis quantitatibus eſſent vtilia; hinc promeruit nomen inuentoris Algebræ ſpecioſæ hoc eſt Algebræ, quę pro numeris adhibendo litterarum ex Alphabeto deſumptarum ſpecies, non minus Geometriæ quam Arithmeticæ accommodata eſt. Iam vero, ſi Analytica à Franciſco Vieta conſcripta non eſt Algebra ſpecioſa, male à Mathematicis Algebræ ſpecioſæ inuentor dicitur, propter librum quem ſcripſit de Analytica. Similiter ſi per Geometriam Renati des Cartes intelligi non debeat ſpecioſa Algebra quomodo à Mathematicis paſſim aſſeritur, à Franciſco Vieta inuentam Algebram ſpecioſam, à Renato des Cartes promotam, atque ad meliorem formam redactam eſſe? & tamen niſi fallor non tantum ità pronuntiat P. Andreas Taquet, vt conſtat ex nota tertia: verum etiam hæc communis eſt Mathematicorum opinio; atque Franciſcus à Schooten in ſuis notis, bene appellat Algebram ſpecioſam, tum Franciſci Vietæ Analyticam, tum Geometriam Renati des Cartes.

Pleraque quæ hactenus propoſitis notis continentur, ignorare non potuerunt authores quorum definitiones nobis obijciuntur: neque incidere mihi poteſt ſuſpicio, an forte tanti nominis Mathematici tam turpiter fuerint hallucinati, vt exiſtimauerint Algebram non eſſe artem: adeoque contra ſenſum illorum quorum doctrinam probant, atque ſequuntur: putauerint Algebram dicendam eſſe ſcientiam; ſed plane manifeſtum eſt, quod hanc artem, ſcientiam appellando, per vocem *ſcientia*, intellexerint peritiam, notitiam, cognitionem, vel ſimile aliquid quod non excludat artem; quod idem facit P. Clauius, vt patet ex prima nota, in qua licet expreſse declaret Algebram artem eſſe: ſubinde illam appellat ſcientiam. Hoc igitur ſuppoſito circa vocem ſcientia quando in vtraque definitione dicitur quod Algebra ſit ſcientia

Reſpondeo negari non poſſe Euclidem, Archimedem cæteroſque Mathematicos, qui per plura ſecula floruerunt priuſquam naſceretur Diophantus Alexandrinus, habuiſſe peritiam inueſtigandis inueniendiſque theorematis inſeruientem, ac res homogeneas quarum rationes vel proportiones conſiderantur concernentem. Igitur ex hac prima definitione, intelligi non poteſt quid ſit illa Algebra cuius inuentor dicitur

Dio-

Digitized by Google

Diophantus Alexandrinus. Profecto ſi in ſua methodo alium definiendi modum docere non potuit Renatus des Cartes, prudenter, tanta parcimonia vtitur in afferendis definitionibus: atque vix aliter quam in aliquot exemplis declarat ſuam Geometriam, ſiue Algebram ſpecioſam. Præterea nullus vel leuiter tinctus cognitionibus Mathematicis, ignorat, Euclidem aliosque Mathematicos qui floruerunt ante exordium Algebræ, adhibuiſſe principia aſſerentia, Totum æquari ſuis partibus ſimul ſumptis. Æqualibus addendo æqualia produci æqualia. Ab æqualibus auferendo æqualia relinqui æqualia. Quæ eidem tertio æquantur inter ſe æquari &c. atque ex datis ſiue cognitis magnitudinibus prædictarum æquationum beneficio magnitudinem prius ignotam inueniſſe, explicaſſe, atque demonſtraſſe; problemata prius non ſoluta ſoluiſſe: male ſoluta reſciſſe, atque theorematum veritatem inquiſiuiſſe. Hinc mihi videtur manifeſtum obiectas definitiones non minus adaptari ijs quę ſunt diuerſa ab Algebra, quam ipſi Algebræ; & nuſquam nego me vidiſſe prædictas aliaſque ſimiles Algebrę definitiones: ſed tantum negaui, & etiamnum cogor negare, me vnquam inueniſſe definitionem, ex qua intelligere potuerim quid ſit, & quomodo ab alijs Mathematicis artibus ſcientijſue differat Algebra: hoc eſt illa ars, quæ iuxta priores notas, à Diophanto Alexandrino inuenta aut propoſita, pro Arithmetica vtiliſſima eſt, atque paſſim antiqua ſiue numeroſa Algebra dicitur; quamque prius Franciſcus Vieta vtilem reddidit pro Geometria: & quæ deinde à Renato des Cartes melius fuit propoſita, magiſque promota atque Algebra ſpecioſa appellatur; de hac enim ſiue numeroſa ſiue ſpecioſa Algebra, mihi tantum ſermo eſt, vbi in ſcriptis meis Algebram nomino: atque de hac Algebra agendo in citato loco Arithmeticæ introductionis ad Logiſticam, non aduerto me aliquid dixiſſe quod veriſſimum non ſit, ac denique de hac Algebra loquendo, ad propoſitum dubium non minus breuiter quam verè reſpondi, me nuſquam negaſſe, quod citatas, aliaſque ſimiles definitiones legerim, ſed negaſſe me quod vſquam inuenerim Algebrę definitionem.

Dubium decimum quintum. Si non ſingula, ſaltem aliqua ex principijs hypotheticis, quæ aſſumuntur capite 13. partis ſecundæ Ideę Logiſticæ, antiqua methodo demonſtrata inueniuntur; Exempli Gratia primum principium hypotheticum,

non

Digitized by Google

non differt à propoſitione Archimedis, quæ in elementis Geometriæ conſcriptis à P. Andrea Taquet ſeptima eſt, inter Archimedis propoſitiones. Præterea, ex alijs hypotheticis principijs aliqua, ſatis commodè inferri poſſunt, atque demonſtrari, ex alijs propoſitionibus Archimedis ibidem propoſitis, atque antiqua methodo demonſtratis, tum ab ipſo, tum ab Archimede, tum etiam ab alijs authoribus. Quandoquidem igitur inueniantur propoſitiones antiqua methodo demonſtratæ, aut ex his facile demonſtrabiles, atque tales propoſitiones aſſumantur in Logiſtica, & tamen non demonſtrentur; non temere ſuſpicari poteſt, Logiſticam aliquid præſtare non poſſe, quod poteſt antiqua Matheſis, ſiue methodus antiqua.

Reſpondeo, non tantum aliqua, ſed ſingula Logiſticæ noſtræ axiomata hypothetica, ſatis commode inferri poſſe ex propoſitionibus demonſtratis antiqua methodo: tamen nolui propoſitiones iſtas inferre ex alijs antiqua methodo demonſtratis. Etenim iſtæ demonſtrationes antiqua methodo propoſitæ, vel ſunt demonſtrationes hypotheticæ, vel ſunt demonſtrationes rigoroſæ: ſi primum aſſeratur, ex his propoſitionibus tantum hypotheticè demonſtratis, legitime inferendo noſtra principia hypothetica, non ſuſtuliſſem ex noſtra Logiſtica demonſtrationes hypotheticas: ſed ſine neceſſitate auxiſſem numerum demonſtrationum hypotheticarum: in quo nullam video vtilitatem. Si ſecundum dicatur: probandum foret quod dicitur, ego enim exiſtimo, quod mihi longe facilius foret ſingula Logiſticæ axiomata hypothetica rigoroſè demonſtrata exhibere (quas demonſtrationes hactenus mihi ſeruare volui ob varias cauſas quarum aliqua indicatur ad dubium 19) quam, non tantum mihi, ſed vlli alteri, clauſos oculos non habenti perſuadere verum eſſe quod dicitur: nimirum ſingulas propoſitiones antiqua methodo demonſtratas ex quibus ſatis commode inferri poſſunt Logiſticæ noſtræ axiomata hypothetica, rigoroſis demonſtrationibus ſtabilitas eſſe; qua de re plura videri poſſunt, ad dubium 9: & alibi in Idea Logiſticę.

Dubium decimum ſextum. Logiſticæ methodo nihil præſtatur, quod alia atque hactenus vſitata methodus ſufficienter non præſtat; quandoquidem igitur Logiſticæ methodus non antecellat quamlibet methodum hactenus inuentam: non ... magis magnificum quam veridicum titulum quem

præfert;

præfert; quaſi vero Logiſticę tantum nullum problema inſolubile foret, nullum theorema indemonſtrabile.

Reſpondeo, laudare me obijcientis candorem, cum peritiam laudare non poſſim; ſi forte male intelligat Logiſticæ noſtrę benè niſi fallor præfixum titulum: hunc errorem non arbitror mihi imputandum: quandoquidem initio Logiſticę, in ijs quæ ad lectorem præmittuntur, ſatis clare exponatur atque declaretur tituli ſenſus; ſi vero arbitretur, quod in expoſito ſenſu, Logiſticæ noſtræ non conueniat titulus quem præfert: Vt hunc errorem ſuum corrigat, vtile foret prius reflectere, quod licet multa intelligat in Mathematicis, tamen ſe didiciſſe quæ intelligit: ſic enim facile ſibi perſuadebit, poſſibile eſſe vt non intelligat aliquid, quod non didicit: & fieri poſſe vt tale aliquid ſit noſtra Logiſtica; Deinde, hac præmiſſa hypotheſi, attentius inueſtigando, ad quod Mathematicum problema vel theorema inſufficiens ſit: non Logiſticæ noſtræ acquiſitus vſus, ſed ipſa Logiſtica: poſtquam huiuſmodi vnum aliquod aut problema aut theorema inuenerit, conetur tantum oſtendere quid in noſtra Logiſtica deſit vt eius ſolutio aut demonſtratio inferatur. Ex hoc conatu (qui alijs non paucis multum profuit) colliget erroris ſui remedium; vel certe diſcurſum, quo me maximo beneficio poſſet afficere; quippe vtilem, vt ego intelligam quod hactenus intelligere non potui, nimirum quod Mathematicum problema aut theorema tale ſit, vt ad eius ſolutionem aut demonſtrationem inutilis ſit Logiſtica atque non ſufficiat in eo ſenſu in quo vt à me aſſeritur ſufficere.

Si forte dubitet, vtrum in eodem ſenſu, Logiſticæ noſtræ præfixus titulus conueniat alteri methodo: per aliam methodum, intelligendo complexum ex principijs & medijs ab alio authore propoſitis, ad inueſtigandas atque demonſtrandas veritates ſpectantes ad Matheſim; & conſequenter, an noſtra Logiſtica nihil poſſit præſtare, quod idem non poſſit huiuſmodi altera methodus: quamuis ſatis multa inueniantur in ſcriptis noſtris, ex quibus difficile non erat deducere huius dubij ſolutionem: pro maiori dubitantis commoditate, placet hic nonnulla addere, vtilia ad huiuſmodi dubij ſolutionem; in quibus tamen aduertendum, quod vox *methodus* intelligenda ſit in ſenſu paulò ante indicato: adeo vt cuiuſuis authoris Matheſim docentis methodus dicatur, complexum ex principijs & medijs quæ proponit, vt diſcentes inſtruat, ac conducat

cat ad Matheſeos intelligentiam; quamuis enim authores omnes qui Matheſim docent, aliquo modo eumdem finem ac ſcopum præfixum habeant; nimirum diſcentes conducere ad Matheſeos intelligentiam: tamen diuerſi inter ſe differunt, vel quo ad principia, vel quo ad media quæ proponunt, in ordine ad propoſitum finem. Hinc licet ſcientia Mathematica vnica tantum ſit, adeoque Matheſim diſcentibus propoſitus terminus ſit vnus: nihilominus ad hunc eumdem terminum conducentes vt ità dicam viæ, ſunt diuerſæ: atque diuerſi authores veluti per diuerſas vias diſcentes dirigunt, atque conducunt ad propoſitum terminum: proponendo, vel diuerſa principia, vel diuerſa media ad acquirendam Matheſeos intelligentiam: hoc eſt diuerſam methodum diſcendi Matheſim; talis vna eſt quæ cæteris omnibus antiquitate præſtat, atque ideo à nobis dicitur methodus antiqua: nimirum illa, quam docet Euclides; ab hac diuerſa atque recentior eſt, quæ à nobis Algebra appellatur, quam docent, aut Diophantus Alexandrinus, aut eius doctrinæ promotores, de quibus agitur ad dubium 14, & 17. Similiter nonnulli alij authores, proponendo vel omni, vel magna ex parte à prioribus iſtis diuerſa, ſiue principia, ſiue media conducentia ad Matheſeos intelligentiam: propoſuerunt methodum diuerſam, tum ab antiqua methodo, tum etiam ab Algebra.

Vt quæuis huiuſmodi methodus, ab antiqua tamen diuerſa, conferri poſſit cum noſtra: atque æqua lance examinari, an noſtra methodus, præ cæteris iſtis amplius aliquid poſſit præſtare, atque adeo præ illis mereatur titulum quem præfert: non longe abeo, quærendo magis abſtruſas propoſitiones; etenim ad tale examen videntur mihi ſufficere aliquæ paſſim cognitæ, atque ab Archimede demonſtratæ antiqua methodo: nimirum poſtremæ ex illis quæ ad dubium 20. alia de cauſa proponuntur, & nihil ex alio authore ſupponendo, aut aſſumendo, ſatis compendiatis diſcurſibus, ex paucis Logiſticæ noſtræ proprijs atque elementaribus propoſitionibus demonſtrantur, priori ex duobus modis indicatis ad gradum 13. cap. 3. Eædem propoſitiones, aliæque plures quæ ad eumdem finem vtiles eſſe poſſent, poſteriori ex prædictis duobus modis demonſtratæ proponuntur, cap. 3. partis 5. Ideæ Logiſticæ. Qui igitur vult aliam quamlibet, ſed tamen ab antiqua diuerſam methodum cum noſtra conferre, & examinare an huiuſmodi methodus poſſit idem quod noſtra: ten-

tando ijſdem conditionibus eaſdem iſtas propoſitiones demonſtrare, plane vetitum laborem ſuſcipiet. Etenim ſi has demonſtrationes inueniat, habebit oportunum remedium pro detectuoſo tumore, quo non omnino temere ſuſpicabatur laborare noſtram Logiſticam. Si vero dictas demonſtrationes non inueniat, habebit vnde corrigat errorem ſuum: atque cognoſcendo, quam humilia ſint ad quæ non aſſurgit talis methodus: deſinet damnare noſtram Logiſticam, quaſi arroganter atque iniuſtè ſuum feciſſet titulum, alteri methodo ab antiqua diuerſæ conuenientem. Dixi ijſdem conditionibus: in his enim conſiſtit tota difficultas, quam arbitror inſuperabilem alteri methodo diuerſæ ab antiqua; neque enim adeo ignarus ſum doctrinæ ab alijs authoribus propoſitæ, vt non intelligam, quod licet Exempli Gratia Algebra tantum ars ſit, tamen non eſſe artem adeo infructuoſam atque abiectam, vt non poſſit præſtare quod commode poteſt antiqua practica Geometria; prius ſupponendo antiqua methodo demonſtratas propoſitiones, atque adeo dimenſiones quantitatum de quibus agitur in propoſitionibus quas pro examine proponimus: facile eſt practicæ Geometriæ, ſingulas iſtas quantitates metiri, atque exhibere proportionem quam habent inter ſe; ſimile aliquid, & Algebram, & non vnam ab Algebra diuerſam methodum poſſe, manifeſtum eſt; ſed ſimilia nihil faciunt ad præſentem caſum; pro quo, vt aliquid vtile afferatur ex aliqua methodo, pro illa nihil ſupponendo vt antiqua methodo demonſtratum, neceſſe foret, ex eius principijs aut elementaribus propoſitionibus, demonſtratiuo diſcurſu illatas afferre veritates, quæ aſſeruntur in titulis indicatarum propoſitionum; propoſitiones enim iſtæ proponuntur, pro examine, in quo cum noſtra Logiſtica conferatur quæuis methodus diuerſa ab antiqua: non vero antiqua methodus, aut complexum ex antiqua & quauis alia methodo; de quo ſecundo examine pauca hic addo.

Quamuis ſufficiat, nullam methodum ſeorſim ſumptam præſtare poſſe, quod poteſt noſtra Logiſtica: vt illi præ cæteris conueniat titulus quem præfert; atque ad inquirendum vtrum hoc verum ſit, videantur ſufficere propoſitiones quas ad hoc examinandum indicauimus; placet tamen nonnullas alias annotare, quæ vtiles eſſe poſſunt, pro examine, in quo inquiratur an antiqua methodus, vel certe vllum complexum ex antiqua & alia methodo poſſit præſtare idem, quod præſtat

Digitized by Google

ſtat noſtra Logiſtica, atque eaſdem propoſitiones demonſtrare. Licet in hoc examine quęratur de re probatu longe difficiliori, quam in priori examine: atque adeo videri poſſent longe quærendæ difficiliores propoſitiones, pro examine vtiles, tamen mihi ſufficiunt illæ, quæ inter Logiſticæ noſtræ elementares numerantur. Prima ſit quam propono, ac breuiſſime demonſtro, verſus finem capitis vndecimi partis ſecundæ ideæ Logiſticæ: quæque vna eſt, ex pluribus pertinentibus ad Algebræ fundamenta: de qua propoſitione plura diximus ad dubium 12. Secunda ſit propoſitio tertia capitis primi partis quintæ ideæ, cuius vtilis vſus exponitur ad gradum 13. cap. 3. hic. Plures ad idem examen vtiles poſſem notare, vel ex parte 4. Ideę, vel ex epiſtola 4 libri primi epiſtolarum Mathematicarum, verum duæ hic annotatæ, ad intentum videntur abunde ſufficere. Vnde reliquum eſt, vt in duabus iſtis propoſitionibus aſſertas veritates, legitimo diſcurſu inferre conetur, ex ijs quæ aut antiqua aut alia vlla methodo demonſtrata inueniuntur: qui vult examinare, an complexum ex antiqua & vlla alia methodo idem poſſit pręſtare, quod poteſt noſtra Logiſtica.

Fateor quidem neſcire me, quid poſſit quælibet methodus diuerſa à methodo noſtræ Logiſticę: atque adeo ſtatuere non poſſum, non inueniri methodum ab antiqua diuerſam, quæ iuxta examen primo loco propoſitum, ſeorſim ſumpta: vel iuxta examen ſecundo loco propoſitum aut ſeorſim aut antiquæ methodo coniuncta, non deficiat à noſtra, etiam in demonſtrandis veritatibus ad elementa noſtra ſpectantibus; quod vero hoc mihi maxime probabile videatur, atque adeo ſuſpicer verum eſſe; naſcitur ex conceptu quem habeo de qualibet methodo à me delibata; mihi enim nunquam contigit nanciſci aliqua, antiqua methodo ſolidius fundata; ſuppoſito autem quod alij, meliora atque ſolidiora fundamenta non præmittant, quam quæ pro antiqua vſitata atque mihi abunde cognita ſunt: mirum non foret, ſi noſtra methodus, hoc eſt antiqua ſublatis pluribus defectibus propoſita, atque aliquantulum ampliata, ſiue vniuerſalior facta, ſufficeret ad aliquid ad quod non ſufficit altera. Qui vero contenderet, viciſſim noſtram non ſufficere ad aliquid ad quod ſufficit altera methodus, pro commodo veritatis examine poſſet exhibere, vt hic feci, vnam alteramue propoſitionem alia methodo demonſtratam quam exiſtimat noſtra non demonſtrabilem:

Digitized by Google

non tamen illud facere quod artium cultoribus familiare eſt, & vtile vt examinent quis promptiorem artis vſum acquiſiuerit, meliuſque artem poſſideat: nimirum proponere ſoluendum aliquod problema iuxta artis regulas ſolubile; neque enim cum Mathematicarum artium cultoribus ac Magiſtris, de artis alicuius præſtantia, aut acquiſito vſu: ſed cum Mathematicam ſcientiam docentibus, de methodo contendo.

Vt hæc controuerſia melius intelligatur, non parum prodeſſe poſſunt, quæ ad ſubſeqnens dubium notantur circa originem, progreſſum, atque præſentem ſtatum ſcientificæ Matheſeos.

Dubium decimum ſeptimum. Plures ex gradibus qui præcedenti capite proponuntur, tanquam conducentes ad ſpeculatiuæ Matheſeos intelligentiam, ſunt purè practici. Similiter in libro primo & ſecundo Logiſticæ vix aliquid continetur, diuerſum à praxibus, vel ab ijs quæ ex praxibus conſequuntur. Igitur iuxta Logiſticam, in praxibus, ſiue in practica Matheſi, ſtatuitur via conducens ad Matheſim ſpeculatiuam: non verò è contra ſpeculatiua Matheſis illa eſt, ex qua deriuanda eſt Matheſis practica: vt aſſeritur in præcedenti primo capite.

Reſpondeo pro qualibet ſcientia addiſcenda, neceſſarium eſſe praxes præmittere. Quæ enim ſcientia diſci poteſt, ab eo, qui ignorat praxim legendi, ſcribendi, atque externis ſenſibus perceptibilibus vocibus aut ſignis, repræſentatos ab alijs conceptus aſſequendi, vel repræſentandi ſuos conceptus, vt ab alijs percipi poſſint. Quemadmodum vero pro ſingulis alijs ſcientijs acquirendis, præmittendæ ſunt praxes, legendi aut ſcribendi: ità in noſtra Logiſtica exordium ſumitur à praxibus, vtilibus, vt compendiatè ac commodè ſcripto exprimantur, aut legantur mentis conceptus, ad Mathematicam ſcientiam neceſſarij, aut vtiles. Præterea, niſi fallor, ſcientiæ naturales ſingulæ, originem ducunt à cognitionibus externis ſenſibus acquiſitis, adeoque practicis: iuxta effatum aſſerens, nihil eſſe in intellectu quod prius non fuerit in ſenſu: hoc eſt intellectui nullam cognitionem concedendam eſſe, cuius aliquod principium, & veluti ſemen, non fuerit ſubminiſtratum à ſenſibus. Sola indiuidua, ſiue entia indiuidualia externis ſenſibus percipiuntur: præter hæc, etiam entia ſpecifica aut generica cognoſcit intellectus: atque circa entia ſpecifica aut generica tantum verſantur ſcientiæ. Si enim nihil præter ſingularia

Digitized by Google

gularia eſt, nihil intelligibile erit, ſed omnia ſenſibilia, & ſcientia nullius erit, niſi quis dicat ſenſum ſcientiam eſſe. Vt bene docet Ariſtoteles Metaph. lib. 3. cap. 3. textu 12. Entium tamen ſpecificorum atque genericorum cognitionem, intellectus debet cognitionibus indiuiduorum acquiſitis per ſenſus; prius enim intellectus recipit indiuiduorum cognitiones à ſenſibus: deinde cognita indiuidua conſiderando independenter à differentijs indiuiduantibus, ſiue abſtrahendo ab his differentijs, habet, ſiue cognoſcit ſpeciem amplectentem iſta indiuidua: & ſimiliter, conſiderando plures ſpecies, abſtrahendo à differentijs ſpecificis, cognoſcit ſpeciem magis vniuerſalem, vel genus aliquod amplectens plures iſtas ſpecies; vt ſatis conſtare exiſtimo, ſingulis, qui omnis ſcientiæ ignari non ſunt. Pro Phyſica, externis ſenſibus cognitæ experientiæ, ſiue effectus, præcedunt: atque intellectui ſubminiſtrant rudiores aliquas cognitiones proprietatum, quæ conueniunt pluribus indiuiduis: proindeque intellectus cognoſcit magis reſtrictam ſpeciem cui talis proprietas conuenit: ex hac magis humili cognitione, aſcendit ad aliam altiorem, & cognoſcit aliam ſpeciem altiorem, ſiue genus cui eadem proprietas ità propria eſt, vt non conueniat vlli aut indiuiduali aut ſpecifico enti, non contento tali genere: peruenitque ad cognitionem entis Logici (vt nos loquimur) de quo verum ſit, quod omni & ſoli illi conueniat illa proprietas; adeo vt legitime atque infallibiliter inferre poſſit, dictam proprietatem propoſito cuiuis enti non conuenire, eo ipſo quod non pertineat ad cognitum genus. Hoc ordine, phyſica bene ordinata exordium ſumens à proprietate ſenſuum experientia cognita in diuerſis indiuiduis, aſſequitur cognitionem plurimorum vel omnium entium quibus talis proprietas conuenit, & proprietatis per cauſam cognitionem. Hoc eodem ordine Mathematicas ſcientias prius natas eſſe, atque ad eum in qua inueniuntur ſtatum perueniſſe dicendum eſt, ſi hiſtoricis fides debeatur. Vt hoc melius percipiatur atque vtilius cognoſcatur, placet hic addere breuem aliquam hiſtoricam narrationem, originis, progreſſus, atque præſentis ſtatus ſcientiæ Mathematicæ; in qua tamen narratione non commemoro propemodum innumera inuenta præclariſſima, quæ Mathematicis debentur; aut ſcriptores optime meritos de aliqua minus fundamentali parte ſcientiæ Mathematicæ: vel de Phyſico-Mathematicis; vel artibus Matheſi ſubordinatis, ſed narrationem

rationem

rationem reſtringo ad ſpeculatiuæ Matheſeos non plane humilia fundamenta: à quorum notitia vel ignorantia: paſſim ab inuicem diſtinguuntur, ſcientiæ Mathematicæ periti vel imperiti: quæque ideo non male appellari poſſunt ſcientiæ Mathematicæ.

Breuis hiſtorica narratio, originis, progreſſus atque præſentis ſtatus ſcientiæ Mathematicæ.

HIſtorici, Matheſeos originem deducunt propemodum ab ipſo Adamo, primo humani generis parente: eius filius poſt Abelis mortem primogenitus Sethus fuit, vt conſtat ex ſacris paginis; Ioſephus vero ſuarum hiſtoriarum lib. 1. cap. 3. ſcribit Sethi nepotes, cælorum ordinem, atque ſiderum curſus non tantum attentius obſeruaſſe, verum etiam ſuas obſeruationes ſcripſiſſe, ſiue annotaſſe, in duplici columna: quarum alteram ex lapidibus, alteram ex lateribus in hunc finem extruxerant, vt ità ſecurius ad poſteros tranſmitterent obſeruationes ſuas. Intellexerant enim ex Adamo, duplicem interitum terræ imminere: alterum ab aqua, alterum ab igne; exiſtimabantque contra ignem lateritiam, contra aquam lapideam columnam prodeſſe poſſe, ad præſeruandas inſcriptas obſeruationes, ſuorum poſterum vtilitati; additque citatus author, ex prædictis duabus columnis lateritiam perijſſe: verum lapideam ſuis adhuc temporibus viſibilem extitiſſe in Syria. Poſt diluuium primos mortalium Aſſyrios & Chaldęos Mathematicam coluiſſe tradunt idem Ioſephus, Plinius, Diodorus, Cicero. Verum vt teſtatur Ioſephus libro 1. cap. 9. apud Chaldęos ortæ, atque florentes Mathematicæ artes: Deinde ad Ægyptios tranſlatæ ſunt à Sanctiſſimo Patriarcha Abrahamo; hic, Deo iubente, ex patrio ſolo prius in Palęſtinam, deinde in Ægyptum profectus; aduertit Ægyptios indole ad diſcendum egregia, delectari bonarum artium ſtudio: atque illis communicauit Arithmeticam, & Aſtronomiam, quibus Geometriam coniunctam fuiſſe neceſſe eſt. His ſtudijs adeo floruerunt Ægyptij, vt Ariſtoteles lib. 1. Metaph. cap. 1. affirmet, Mathematicas artes, in Ægypto, à ſacerdotibus inuentas eſſe. Thales Mileſius qui 584. circiter annis antè Chriſtum floruit, ex Ægypto redux in patriam, dicitur primus in Græciam Matheſim tranſtuliſſe, eamque ſtudioſius excoluiſſe: adeo vt plures elementorum Euclidis propoſitiones

nes, narrentur ab ipſo inuentæ; cœpitque primus æquinoctia, & ſolſtitia obſeruare, Eclipſes Solis & Lunæ prænunciare, vt ſcribunt Laertius, Hippias, Ariſtoteles & Tzetzes. Poſtea Pythagoras Samius Philoſophorum antiquiſſimus, Mathematicas diſciplinas vehementer auxit ornauitque; immo quoniam antè ipſum, non niſi in practicis experientijs, cognitionibuſque cum huiuſmodi experientijs ſatis immediatè connexis, conſiſteret prius mundo cognita Matheſis, Laertio teſte, Geometriam primus abſtraxit à materia externis ſenſibus perceptibili; omnemque propemodum Philoſophandi rationem deduxit ex numeris ſpectantibus ad Arithmeticam: atque ità ab antiquioribus, atque practicis cognitionibus peruenit ad ſcientificæ Matheſeos prima fundamenta; primuſque ludum aperuit, in quo iuuentus in Mathematicis inſtitueretur. Pythagoram ſubſecuti ſunt plures de Matheſi optime meriti: inter quos celeberrimus Hippocrates, ex mercatore Philoſophus & Geometra: qui præter circuli quadraturam, etiam cubi duplicationem primus tentauit per duas medias proportionales: quam viam paſſim eius poſteri probauere. Præterea, Proclo teſte, ab alijs inuenta ordinando, atque augendo, primus ſcripſit Matheſeos elementa. His tamen, alijſque omnibus anteceſſoribus ſuis maiorem Matheſi ſplendorem attuliſſe dicitur Plato, à quo prius inuenta eſt Analyſis, ſiue reſolutio: ex qua ordinata eſt illa regula quæ proponitur cap. 9 lib. primi Logiſticæ: eademque Analyſis paſſim ab alijs Platonis ſucceſſoribus vſitata inuenitur. Quam multa Plato pro Philoſophia deriuauerit ex Arithmetica, quanto ſtudio Geometriam coluerit, quantis incrementis eam ampliauerit, quanti illam fecerit, paſſim conſtat ex eius ſcriptis: & vt cætera hic omittam, adeo non tantum vtilem, ſed etiam pro ſolida philoſophia neceſſariam arbitrabatur Geometriam: vt hac lege, οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω, hoc eſt, nullus Geometriæ expers accedito, ſuæ academiæ foribus impoſita, tanquam pro philoſophia addiſcenda ineptos proſcriberet, omnes ignaros Geometriæ. Annis circiter 280. antè Chriſtum floruit Euclides, de Matheſi optime meritus ob eam vt ità dicam Mathematicarum veritatum aurifodinam, quam poſteris præparauit, in conſcriptis à ſe Matheſeos elementis; ipſe quidem primus non inuenit ſingulas veritates quas proponit: ſed vſque ad ſua tempora ab alijs excogitatas elementares veritates colligendo, ordinando, atque augendo: compoſuit ſuo no-

mine

mine inſcriptos elementorum libros: vel omnes, vel ſaltem pleroſque: nonnulli enim poſteriores duos, reli quis ab Apollonio Pergęo deinde additos arbitrantur. Hos elementorum libros vſque in hodiernum diem toto orbe celeberrimos vſitatiſſimoſque, non male mihi videor appellare Mathematicarum veritatum aurifodinam; quemadmodum enim ex fodinis erutum eſt aurum omne, quod humanis vſibus deſeruit, atque ità ipſis quodammodo fodinis debetur, quidquid ex auro fuſum, vel aliter elaboratum habetur in pretio: ità quidquid apud Euclidis ſucceſſores Mathematicos inuenitur æſtimatione dignum, exiſtimo deberi Euclideis elementis. Altius quidem quam Euclides in ſpeculatiua atque ſcientifica Matheſi aſſurgunt, Archimedes, & Apollonius Pergæus, quorum primus annorum fere centum, alter paulo maiori interuallo Euclidem ſubſecutus dicitur: vterque tamen præſuppoſitis atque adhibitis Euclideis elementis, ſcripſit admiranda illa opera, quæ licet integra ad nos non peruenerint, merito tamen ab omnibus ſuſpiciuntur, vt quædam rara humani ingenij prodigia. Similiter alij qui vſque ad hæc noſtra tempora in ſcientijs Mathematicis laude dignum aliquid præſtiterunt: ſua debent, vel Euclideis elementis, vel certe ijs quæ ex Euclideis elementis deducta ſunt; & ſi boni aliquid continet noſtra Logiſtica, non aliunde deriuatur quam ex Euclideis elementis, vel certe ex illorum lucubrationibus, qui ſua habuerunt ex iſtis elementis. Quemadmodum tamen multum differt aurum quod in fodina inuenitur, ab auro expurgato, atque artificioſe elaborato: ſic plurima quæ ex Euclideis elementis originem habent, maxime differunt ab eius doctrina. Præterea ſatis communi Mathematicorum conſenſu certum videtur, in Euclideis elementis plurima contineri non ſatis expurgata, atque inutilibus aut ſuperfluis permixta: adeo vt aureæ vt ità dicam eius propoſitiones ſiue veritates, non ſatis terſæ, aut à terreis vilioribuſque quibus permiſcentur expurgatæ, in Euclideis elementis contineantur, vt aurum in fodinis. Hinc factum eſt, quod plurimi ſummo labore ac ſtudio conati ſint proponere eadem elementa emendata, correcta, aut reformata. Alij etiam notarunt, quod licet veræ ſint propoſitiones quæ in Euclideis elementis proponuntur: ſingulas tamen non ſatis ſolidis diſcurſibus inferri, vt admitti debeant inter legitimè demonſtratas: atque ſingulas propemodum libri quinti de proportionibus agentis propoſitiones, legitimis demonſtrationibus

ſtrationibus deſtitutas eſſe, communis eſt ſenſus præcipuorum Mathematicorum: adeo vt propemodum innumeri hunc defectum tollere conati ſint, atque plurimi inueniuntur qui hac in parte ſibi, nulli qui alijs ſatisfecerint. Multi etiam obſeruarunt, in Euclideis elementis, proponi quidem prætioſam vt diximus aurifodinam Mathematicarum veritatum, quæ arte ſyllogiſtica promoueri poſſint, atque vtiles ſint, vt inferantur ſubliniores magiſque deſiderabiles veritates pertinentes ad Matheſim: nihil tamen proponi ab Euclide, quod dirigat vſum veritatum quas notat, atque diuerſum ſit ab arte ſyllogiſtica quam ſupponit aliunde cognitam: ſed cuilibet alias veritates deſideranti liberum relinqui, vt eas meliori quo poteſt modo ex ſuis elementis inferat arte ſyllogiſtica; atque adeo in complexo ex veritatibus quas Euclides notat, & arte ſyllogiſtica (quam non docet ſed tamen adhibet vt poſteriores propoſitiones ex anterioribus inferat) conſiſtit Euclidea, ſiue antiqua methodus acquirendi ſcientificam cognitionem veritatum ad Matheſim ſpectantium. Pluribus non placuit quod hæc methodus omnino vaga ſit, quippe in qua nihil inuenitur, quod aut problematis alicuius ſolutionem, aut theorematis demonſtrationem inquirentem dirigat, niſi naturalis quędam ingenij induſtria, aut facultas, vſu atque exercitatione acquiſita atque confirmata.

Diophantus Alexandrinus cuius meminimus ad dubium 14. addendo nonnullas praxes aut regulas, ijs quæ in antiqua methodo proponuntur pro numerorum ſiue diſcretarum quantitatum conſideratione: effecit, vt à Platone inuenta Analyſis longe commodius ſeruiret pro indagandis veritatibus ſpectantibus ad Arithmeticam; adeo vt non amplius ex tota arte ſyllogiſtica, vago labore quærendum eſſet, quod ſufficeret ad inferendam propoſitam veritatem ſpectantem ad Arithmeticam: ſed in hunc finem propemodum ſatis eſſet ſola Analytica: quæ artis ſyllogiſticæ pars eſt ſatis reſtricta. In nouis iſtis praxibus poſuit noua fundamenta artis, quæ hiſce temporibus vſitato loquendi modo dicitur Algebra numeroſa. Quoniam tamen ars hæc, ſiue numeroſę Algebræ methodus, conſtat partim ex Platonis Analytica, partim ex antiquæ methodi veritatibus ad Arithmeticam ſpectantibus, partim ex praxibus aut regulis à Diophanto excogitatis: ex tribus enumeratis partibus ſimul componentibus Algebram numeroſam, ſola poſtrema huic arti propria eſt: priores vero duæ, etiam anti-

quæ methodo ſunt communes. Noua hæc Diophanti methodus, ſiue Algebra numeroſa, non tam vaga eſt quam methodus Euclidea; quoniam tamen huius Algebræ propria, atque à Diophanto excogitata fundamenta, inuoluunt aliquas propoſitiones non per ſe notas, neque legitimis diſcurſibus ſtabilitas: immo neque tales, ex quibus legitimo diſcurſu nihil niſi verum inferri poſſit; pro cognitionibus ſcientificis parum proderat Algebra numeroſa. Nihilominus ob eius vtilitatem pro praxi, atque inueniendis Arithmeticorum problematum ſolutionibus, merebatur eam æſtimationem in qua deinceps remanſit apud poſteros: & numerari, inter præſtantiſſimas Matheſeos artes. Huius artis, in numeris vtilitatem experti plures ex Diophanti ſucceſſoribus, deſiderauerunt, atque etiam inquiſiuerunt ſimilem artem aliquam pro Geometria vtilem; vel numeroſæ Algebræ fundamenta ità videre accommodata, vt non minus vtilia eſſent pro Geometria quam pro Arithmetica; hoc beneficium Mathematicis diſciplinis primus præſtitit Franciſcus Vieta, verſus finem ſeculi proxime elapſi, vt dicitur ad dubium 14, atque hoc ſuum inuentum inſcripſit Analyticam: idemque alij forte magis proprio & vſitato modo appellant Algebram ſpecioſam: quippe in hoc inuento, pro numeris ſiue notis numeros indicantibus, adhibentur litterarum ſpecies ſiue alphabeti litterę, vt in numeroſa Algebra numeri adhibentur; atque hoc caput eſt in quo potiſſimum differt Algebra ſpecioſa à numeroſa, & ex quo reſultat maior vtilitas & amplitudo ſpecioſæ Algebræ, quæ etiam vtilis eſt pro Geometria. Longo tempore deſiderati, atque præſtantiſſimi huius inuenti non tantum nouitas, ſed etiam maior vniuerſalitas, ilico ad eius culturam allicuit plurimos, à quibus non parum promota eſt ſpecioſa illa Algebra; non defuerunt etiam qui magno conatu tentarunt altius aliquid, nimirum Algebræ propria fundamenta non ſatis firma atque probatione indigentia, legitimis demonſtrationibus ſtabilire; aduertebant enim artem iſtam optimam quidem eſſe ad inueniendas veritates, tum ad Arithmeticam, tum ad Geometriam pertinentes: ſed tamen veritates, quæ hac methodo tantum inferuntur, non poſſe dici legitime demonſtratas, quandoquidem dependeant atque ſequantur ex fundamentis, demonſtrationibus quibus indigent deſtitutis: quas demonſtrationes addendo Algebræ fundamentis, efficerent, vt Algebræ methodo illatæ veritates deberent admitti inter le-

gitimè

gitimè demonſtratas Matheſeos veritates : eodem iure quo tales habentur quæ inferuntur Antiqua methodo. Nobilis hæc atque ſublimis cogitatio, hactenus nemini ſatis feliciter ſucceſſit, remanſitque Algebræ methodus inter artes, neque dici poteſt methodus ſcientifica, hoc eſt conducens ad ſcientificam Mathematicarum veritatum cognitionem; præſertim cum aliqua Algebræ propria fundamenta talia ſint, vt ex ipſis non minus legitimè falſa, quam vera inferri poſſint: vt ſatis conſtat ex epiſtola prima lib.1.epiſtolarum Mathematicarum. Hinc ſaltem meo iudicio intelligentiores Mathematici, vſque in præſentem diem ſtatuunt; Algebram eſſe artem præſtantiſſimam, maximèque vtilem ad commodam inuentionem plurimarum veritatum ſpectantium ad Matheſim: verum pro huiuſmodi veritatum demonſtratione recurrendum ad methodum antiquam, donec inueniatur, qui Algebræ necdum ſatis ſtabilita fundamenta docet requiſitis demonſtrationibus, vt inter legitimè demonſtrata admitti poſſint, quæ ex his fundamentis inferuntur; atque adeo Algebræ methodum, antiquam methodum ſuperare commoditate inueniendi veritatem cuius notitia deſideratur: antiquam vero methodum, Algebræ methodo excellentiorem eſſe ex eo capite, quod ſcientificas cognitiones ſubminiſtret, ad quas inutilis eſt Algebra.

Circa eadem tempora, quibus numeroſæ Algebræ vt iam diximus fundamenta ità ordinata ſunt, vt non minus Geometriæ quam Arithmeticæ deſeruirent praxes, prius tantum vtiles pro Arithmetica: alia ad eumdem quodammodo finem vtilis cogitatio, incidit Bonauenturæ Caualerio Mediolanenſi ex ordine Ieſuatorum: nimirum modus conſiderandi quantitates continuas ac ſi tantum eſſent quædam aggregata punctorum indiuiſibilium, ſiue potius partium quas placet repræſentare per vnitates vulgares, quæque ſingulæ quodammodo ſint vel intelligantur indiuiſibiles, quemadmodum vulgaris vnitas eſt indiuiſibilis; quo fundamento præſuppoſito, docet ſatis expedite & commode multa ad Geometriam ſpectantia inferre, mediantibus praxibus independenter à tali ſuppoſitione tantum vtilibus pro Arithmetica; atque ità faciliores commodioreſque Arithmeticæ praxes, reddit magis vniuerſales & vtiles pro continuis quantitatibus. Hoc inuentum, ingenioſum, vtile, ac laude digniſſimum: meritò annumeratum fuit præſtantioribus praxibus ſiue artibus ad Matheſim ſpectantibus, & paſſim vocatur methodus indiuiſibilium, ſiue

indiuiſibilium Geometria. Hæc indiuiſibilium methodus, licet commoda ſit pro inueniendis varijs veritatibus pertinentibus ad Geometriam, parum vtilis eſt ad ſcientificam inuentarum veritatum cognitionem; & licet multi vel ſupra meritum extollant, vel infra meritum deprimant hanc methodum: tamen qui æquiorem lancem adhibent, contenti ſunt eam approbare vt ingenioſam, pro praxi vtilem & commodam, non tamen vt nuſquam etiam in praxi deficientem. Conſequenter ad eius fundamenta ſequi mihi videtur, quod quemadmodum vulgares numeri ſinguli vel ſunt vnitas, vel vnitatum aggregatum; ità etiam ſingulas continuas quantitates dicendas eſſe: vel indiuiſibile ſignificatum per vnitatem vulgarem, vel eiuſmodi vnitatum ſiue indiuiſibilium aggregatum; ex quo ſequitur quod ſicut quælibet vulgarium vnitatum aggregata inter ſe, ità quaslibet continuas quantitates inter ſe habere proportionem: maxime noxia propoſitio pro Matheſi ſpeculatiua: praxes vero ſiue artes ad Matheſim ſpectantes, ſed tamen non ſubordinatæ immo contrariæ atque aduerſantes ſpeculatiuæ Matheſi, mihi non placent.

Poſtremo loco enarratum Matheſeos ſtatum, ſaltem mihi imaginabar, quando ſcripſi Logiſticam: an in illa boni aliquid præſtiterim, ſtatuent alij; fateor quod mihi perſuadeam, me in Matheſi amplius aliquid aduertiſſe, quam aduerterit Renatus des Cartes: qui in ſua methodo rectę regendæ rationis, inter alia ſatis amæna & ab ipſo nunquam in praxi obſeruata documenta, notat, *ſe circa Mathematicas ſcientias hoc aduertiſſe* (idemque vt rem commemoratione dignam à prædicto authore animaduerſam monet Franciſcus à Schooten in notis ad Iſagogen Franciſci Vietæ) *nimirum, etiamſi illæ circa diuerſa obiecta verſentur, in hoc tamen conuenire omnes, quod nihil aliud examinent quam relationes ſiue proportiones quaſdam, quæ in ijs reperiuntur*. Vtinam ſaltem addidiſſet quid intellexerit per illas quaſdam relationes ſiue proportiones, vt ſic melius conſtaret an verum ſit, quod ſuſpicor veriſſimum, nimirum neque D. des Cartes, neque eius Algebræ aut Geometriæ promotores vnquam intellexiſſe, quid per vocem *proportio* intelligendum ſit in Methodo antiqua, quæ pro eius Geometria ſupponitur. Ego tamen mei ità immemor non ſum, vt exiſtimem me omnia comprehendiſſe: adeoque poſteris nihil inueniendum relinquere niſi quod ſtudio à me prætermiſſum eſt: vt conſequenter, cum prædicto authore in fine

libri

Digitized by Google

libri tertij ſuæ Geometriæ dicere poſſim, *quod ſperem, à poſteris mihi gratias habitum iri, non ſolum pro ijs, quæ explicui: ſed etiam pro ijs, quæ conſulto omiſi, quò ipſis voluptatem illa inueniendi relinquerem.*

In ſcribenda Logiſtica intentum meum fuit, proponere methodum ſcientificam, præter artem ſyllogiſticam, & ſcientijs omnibus communia principia nihil aliunde, hoc eſt ab Euclide vel alijs authoribus ſcriptum, ſupponentem: commodam tamen ad Mathematicarum veritatum inuentionem atq; demonſtrationem: etiam ſub ea vniuerſalitate quã admittunt. In hunc finem, ab ipſis primis principijs ſumendo exordium, pro antiquæ methodi elementis(vt ſupra dixi multis defectibus abundantibus) conatus ſum ſubſtituere elementa magis expurgata; atque his addere aliqua, quæ diſcurſus iuuent ac dirigant, ad aſſequendum ſcientificam cognitionẽ propoſitæ veritatis ſpectantis ad Matheſim, ſiue proprietatis alicui quantitati conuenientis; ac deniq; exhibere modum aſſequendi quantitatem cui omni & ſoli conueniat talis proprietas: ſiue modum quo à magis reſtricta cognitione proprietatis, perueniri poteſt ad eius vel magis, vel maxime vniuerſalem cognitionem; vt in huiuſmodi vniuerſalioribus, atque adeo paucioribus propoſitionibus, & modo eas adhibendi: habeatur compendiata & commoda Matheſis ſpeculatiua, ac Domina artium omnium ad Matheſim ſpectantium: ex qua facile deriuari poſſint ſingulę veritates magis reſtrictæ, atque regulæ artium directrices.

Dubium decimum octauum. In conſtructione, quæ præmittitur pro demonſtratione alicuius propoſitionis, nunquam aſſumere ſiue ſupponere aliquid factum eſſe, niſi prius oſtenſum ſit quomodo id fieri poſſit: vſitatum eſt in antiqua methodo; quo igitur iure in methodo Logiſticæ, paſſim adhibentur demonſtrationibus ſeruientes conſtructiones, in quibus aſſumuntur ſiue ſupponuntur aliqua facta eſſe, de quibus nuſquam prius dictum eſt quomodo fieri poſſint? Huiuſmodi conſtructionum exempla plurima inueniuntur in parte 3. Ideæ Logiſticæ.

Reſpondeo, In Logiſtica noſtra nullam inueniri conſtructionem inſeruientem demonſtrationi alicuius propoſitionis, in qua ſupponitur aliquid factum, de quo manifeſtè non conſtet quod ſit poſſibile: eo ipſo autem quod aliquid ſit manifeſtè poſſibile, tametſi non indicetur vel etiam ignoretur modus quo fieri poſſit, liberè à nobis factum ſupponitur in conſtructione

ſtione quæ aſſumitur pro demonſtratione : idque vt ità dicam à nobis fit iure naturæ. Etenim pro legitima demonſtratione propoſitionis, nihil aliud requiritur, quam diſcurſus euincens ex prius cognitis veritatibus neceſſario ſequi veritatem propoſitionis quæ probanda eſt; atque adeo pro legitima demonſtratione licitum eſt aſſumere, quidquid præcognitum eſt manifeſtè verum eſſe; quandoquidem igitur de eo quod manifeſtè poſſibile eſt, manifeſtè verum eſt, quod poſſit factum eſſe, etiamſi ignoretur modus quo poſſit fieri: ipſa vt ità dicam demonſtrationis eſſentia ſiue natura docet, pro legitima demonſtratione ſupponi poſſe factum eſſe, quod manifeſte poſſibile eſt; etiamſi non proponatur vel etiam ignoretur modus quo fieri poſſit.

Si non pro demonſtratione, ſed pro problematis alicuius ſolutione, præſcriberetur aliquid de quo manifeſte quidem patet quod ſit poſſibile, ſed tamen non conſtat quomodo poſſit fieri: iure merito admitti non deberet talis ſolutio vt legitima; quod iterum ſatis patet ex ipſa natura problematis & eius ſolutionis; etenim quando in problemate quæritur quomodo aliquid fieri poſſit; huic quæſito ſatisfacere debet ſolutio problematis: quare legitima problematis ſolutio dici non poteſt quæ non docet quomodo fieri poſſint ſingula neceſſaria vt fiat illud de quo quæritur in problemate.

Antiqua methodo Archimedes bene demonſtrat circulum eſſe æqualem triangulo cuius baſis ſit æqualis circumferentiæ circuli, altitudo vero ſit æqualis radio eiuſdem circuli; pro demonſtratione huius propoſitionis requiritur conſtructio in qua factum ſit triangulum cuius baſis ſit æqualis circumferentiæ dati circuli; quomodo id fiat, nuſquam aut ipſe, aut antè vel poſt ipſum alius hactenus docuit. Similia alia exempla ſatis multa inueniuntur apud primarios Geometriæ principes in quibus aſſumitur conſtructio in qua factum aliquid ſupponitur, de quo ne quidem conſtet quomodo fieri poſſit: ſuperfluum tamen videtur authoritatem afferre, vt conſtet nobis licitum eſſe, quod ipſa ratio atque demonſtrationum natura docet bene fieri. Denique licet Euclides plerumque non aſſumat aliquid factum in demonſtrationibus; de quo antè non oſtenderit quomodo poſſit fieri; tamen ſubinde pro demonſtratione probandæ veritatis, ſupponit atque aſſumit propoſitionem contradictoriam eius quam debet & vult inferre atque demonſtrare. Exempli Gratia in demonſtratione propoſitionis

nis 12. libri 9. aſſumit atque ſupponit, quod numerus A non metiatur numerum B, atque ex hac propoſitione, non deducendo aliquid impoſſibile, ſed affirmatiuo diſcurſu infert atque demonſtrat propoſitionem probandam, nimirum quod numerus A metiatur numerum B; quoniam tamen hæc propoſitio quam infert atque demonſtrat vera eſt: patet falſam eſſe eius contradictoriam, quam prius aſſumpſerat, vt hanc veram propoſitionem legitime inferret atque demonſtraret.

Dubium 19. Quemadmodum circuli quadrans, qui rotatur circa vnam ex duabus ſemidiametris quibus terminatur, producit dimidiam ſphæram: itá dimidia Parabola, quæ rotatur circa ſuum axem, producit conoidem parabolicum. Similiter multæ aliæ ſuperficies aut lineæ, quando vehuntur vel rotantur, producunt corpora vel ſuperficies, quæ conſiderantur ab alijs Mathematicis; quandoquidem igitur in Logiſtica non proponantur ductus nominati ex quibus generentur huiuſmodi corpora vel ſuperficies, materia de ductibus propoſita in Logiſtica nimis reſtricta eſt: quippe quæ extendi poterat ad prædictarum quantitatum conſiderationem.

Reſpondeo. Ductibus nominatis à me propoſitis in cap. 3. partis 2. ideæ Logiſticæ, plures alios addi poſſe: neque ego ignorabam, neque vllus ignorare poteſt, qui conſiderauit paucos ductus à me enumeratos; mihi tamen non videbantur plures neceſſarij pro libellis hactenus editis de methodo noſtræ Logiſticæ: & minus timebam reprehendi, quod hactenus plures non propoſuiſſem, quam quod enumeratos ductus non propoſuiſſem ſub maiori vniuerſalitate quam admittebant. Exempli Gratia baſis quæ linea eſt, atque mouetur tantum iuxta extenſionem quam habet, non producit ſuperficiem; ſimiliter baſis quæ ſuperficies eſt, atque tantum mouetur iuxta extenſionem quam habet non producit corpus; hinc ſuppoſito quod baſis quæ ducitur ductu primo ſit ſuperficies, per hoc quod cum motu ſpectante ad ductum primum, nimirum cum motu quo vehitur iuxta extenſionem quam non habet, concurrat alius motus quo vehatur vel rotetur iuxta extenſionem quam habet, non definit producere corpus æquale corpori quod prius producebat: quandoquidem ſecundus ille atque cum primo concurrens motus, nihil conducat ad productionem corporis, adeoque non cauſet productionem aut maioris aut minoris corporis, quam ſolus primus producebat: tamen ſuppoſito quod baſis ſit parallelogrammum, quando hæc baſis

ſis ſimplici tantum motu vehitur ductu primo, non poteſt producere niſi parallelepipedum rectum: ſi vero cum ſimplici motu quo ductu primo veheretur, concurrat in baſi motus rotationis iuxta extenſionem quam habet: non amplius producit parallelepipedum rectum: ſed cochleam ſiue cochleatum corpus rectum. Deinde ſi cum ſimplici motu quo ductu primo veheretur, concurrat in baſi, non motus rotationis, ſed motus quo vehatur iuxta extenſionem quam habet: non vt prius rectum, ſed obliquum parallelepipedum generabit; præterea ſi cum ſimplici motu quo ductu primo veheretur, concurrat in baſi duplex alius ſimplex motus, nimirum vnus quo vehatur iuxta extenſionem quam habet, alter quo rotetur iuxta extenſionem quam habet: hoc caſu produceret corpus obliquum atque cochleatum, & conſequenter diuerſum ab ijs quæ in prioribus caſibus ex eadem baſi generabantur. Similiter per hoc quod in baſi quæ linea eſt, cum ſimplici motu quo ductu primo ſuperficiem produceret, concurrat, vel vnus, vel duplex alius motus: nihil tamen conducens ad maioris ſuperficiei productionem: multum augetur numerus diuerſarum ſuperficierum producibilium ex eadem baſi; poterat tamen ductus primi conceptus ità proponi, vt amplecteretur totam illam multitudinem diuerſarum quantitatum, cuius non niſi paruam partem amplectitur pro vt à nobis propoſitus eſt. Eodemque modo tertius & alij ſubſequentes ductus nominati, poterant reddi longe vniuerſaliores; immo inſinuata maior vniuerſalitas non eſt talis vt vltra illam maiorem nullam admittant; licet vero ſub huiuſmodi vel maiori, vel maxima vniuerſalitate propoſiti conceptus ductuum nominatorum, habuiſſent vſum longe ampliorem, & tamen vix vllo modo difficiliorem: atque optimè intelligerem maximi faciendam eſſe vniuerſalitatem maiorem, præſertim quando ex illa non reſultat notabile incrementum difficultatis; tamen nominatorum à me ductuum conceptus, initio ſub maiori vniuerſalitate proponere nolui, varias ab cauſas: inter quas vna eſt quam hic attigi; etenim quando maiori vniuerſalitati aſſociata eſt maior difficultas, hæc multum imminuit vniuerſalitatis æſtimabilitatem; iam vero ſtatim ſub initium tractationis de noſtris ductibus proponere ampliores ductuum conceptus, non poterat non cauſare in diſcentibus, maximam difficultatem in aſſequendis iſtis conceptibus; vt hanc difficultatem declinarem, & per illam non imminuerem æſtimabilitatem,

tem, quam videbatur habere maior, eorumdem conceptuum vniuerſalitas, iudicaui prius proponendos ductuum nominatorum conceptus ſatis reſtrictos , atque adeo non difficulter intelligibiles : quibus tamen præmiſſis, etiam ſine notabili difficultare aſſequi poſſent magis vniuerſales eorumdem ductuum conceptus : qui proinde videbantur vtilius differri in alium locum , etenim perſuaſum mihi eſt , & diſcentium commoditatem , & ſcientiam aſſequendi ordinatam methodum, requirere illud , quod ad dubium 17. indicaui ; nimirum , vt à magis reſtrictis cognitionibus ſumatur exordium , atque ex his paulatim gradus fiat ad cognitiones magis vniuerſales . Hinc in primo & ſecundo Logiſticæ libro , prius non niſi magis reſtricta atque in numeris vulgaribus propoſita problemata conſiderantur, ex quibus deinde ad magis vniuerſalia proceditur: atque hoc ordine ad vniuerſales longeque præſtantiores problematum ſolutiones , propemodum ſine difficultate perueniatur , licet ad eiuſmodi ſolutiones acceſſus immediatus , foret maxime difficilis , ac diſcentibus fortaſſis inſuperabilis.

Ex ijs quæ hic indicauimus circa maiorem vniuerſalitatem quam admittunt à nobis propoſiti ductus nominati , obiter colligi atque notari poteſt : ſaltem aliqua pars viæ, vtilis pro demonſtratione principiorum hypotheticorum, quæ hactenus adhibentur in noſtra Logiſtica ; quandoquidem enim motui quo baſis aliquam continuam quantitatem produceret ductu primo , additus motus quo baſis illa vehatur iuxta extenſionem quam habet , nihil conducat ad maioritatem vel minoritatem quantitatis quæ ex baſi mota producitur : ſatis patet eamdem vel æqualem baſim, ductam in eamdem vel æqualem altitudinem , vtroque caſu producere quantitatem eiuſdem magnitudinis : quoniam tamen primo caſu producta quantitas, eſt quantitas genita ex ductu primo : & ſecundo caſu producta quantitas , eſt quantitas producta ductu ſecundo : etiam conſtat A *in* B ductu primo *ad* A *in* B ductu ſecundo = 1 *ad* 1; vt aſſeritur in ſecundo axiomate noſtro hypothetico . Verum de nominatorum ductuum noſtrorum, aut demonſtrationibus, aut maiori vniuerſalitate , aut alijs ductibus his addendis, fauente Deo ſuo loco agetur .

Dubium vigeſimum . In problemate tertio appendicis partis quartæ Ideæ Logiſticæ (cuius problematis vſus eſt frequentiſſimus in methodo Logiſticæ) proponuntur quidem modi vtiles , pro inueniendа ratione ex pluribus rationibus compo-

N ſita ,

ſita, quando rationum iſtarum termini ſunt numeri vulgares: vel ſaltem non differunt quo ad dignitatem, ſiue litteras repræſentantes quantitates: aut pro quibuſdam alijs caſibus particularibus; ſed tamen, aut in dicto problemate, aut alibi, non proponitur quod ſufficiat in quolibet caſu pro Logiſticæ methodo; Exempli Gratia, ſuppoſito quod primo ex duobus modis propoſitis ad gradum 13. demonſtrandum ſit theorema 51. cap. 3. partis 5. Ideæ; præmiſſa hypotheſi quod ſuperficies ſphæræ de qua agitur in citato theoremate ſit X, quodque cylindri vt ibi dicitur ſphæræ inſcripti curua ſuperficies ſit Z: deberet inſtitui talis diſcurſus. Per theorema 3. cap. 1. partis 5. Ideæ, X *ad* Z habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum prima ratio eſt quam habet baſis, ſiue 2 arcus
Fig. 39. H P *ad* baſim ſiue 4 arcus O H. Secunda ratio eſt quam ha-
Ideæ. bet altitudo, ſiue 4 arcus H P *ad* altitudinem ſiue rectam P H. Tertia ratio eſt, quam habet ductus quintus *ad* ductum primum, hoc eſt ratio quam habet B H *ad* arcum H P. Quarta ratio eſt quam habet ductus primus *ad* ductum primum, hoc eſt ratio quam habet 1 *ad* 1. Sed iuxta ſecundam ſolutionem problematis 3. appendicis, ratio ex prædictis quatuor rationibus compoſita, eſt ratio quam habent 2 arcus H P *in* 4 arcus H P *in* lineam B H *ad* 4 arcus H O *in* 2 lineas H P *in* arcum H P: igitur hæc ratio = rationi X *ad* Z. Quid iuuat inuenta prior illa ratio ad intentum, niſi ad ſimpliciores atque intelligibiles terminos reducatur? quare proponendum erat quomodo id fieri poſſit.

Reſpondeo. Pro quantitatibus, ad intentum finem minus commoda ſcriptione expreſſis, ſubſtituere vel eaſdem vel æquiualentes quantitates, commodiori ſcriptione expreſſas: adeo vſitatum eſt in Logiſtica, vt etiam requiratur pro maxime facilium problematum ſolutionibus; & ne quidem pro his, aut etiam pro vulgari Arithmetica (in qua idem etiam paſſim vſitatum eſt) dari poteſt vna aliqua mechanica regula, quæ vt ità dicam cæco ſufficiat, vt inter omnes numeros æquiualentes, pro aliquo qui ad intentum finem minus commodus eſt, inueniat commodiorem qui prioris locum ſupplere poteſt; verum licet aliquis perſpicaciſſimus non ſit, oculos tamen habeat quibus videat circumſtantias in quibus verſatur, & finem quem intendit: ex facilioribus caſibus procedendo ad difficiliores, diſcit aduertere, atque ex pluribus ſibi eligere, aut ſcriptionem, aut æquiualentem quantitatem, vtilem

vt

Digitized by Google

vt pro minus commoda ſubſtituatur: neque id aliter atque ſufficienter, aut pro Logiſtica noſtra, aut etiam pro vulgari ab alijs vſitata Arithmetica diſcitur, quam vſu atque exercitio. Vt tamen appareat in Logiſtica non deeſſe quæ ſufficiunt, vt citatum aliaque theoremata, modo in ipſo dubio indicato demonſtrentur, ex ijs quæ cap. 3. partis 5. ideæ Logiſticæ proponuntur, & aliter demonſtrantur: addo hic pauca theoremata demonſtrata priori ex duobus modis de quibus agitur in gradu 13. cap. 3. inter hæc theoremata inuenitur atque ſextum eſt illud de quo agitur in propoſito dubio: non tamen vt reliqua vnica tantum demonſtratione ſtabilitum, ſed dotatum tribus diuerſis demonſtrationibus: vt ſic melius appareat, non tantum quomodo, ſed etiam quam diuerſimode fieri poſſit illud de quo quæritur, & quodammodo dubitatur an ſit poſſibile.

Theorema I.

SI trianguli A B C, angulus A B C rectus ſit: quadratum A C, erit æquale quadratis A B & B C ſimul ſumptis. *Eſt theorema 4. cap. 3. partis 5. Ideæ Logiſticæ.*

Conſtructio. Ducta ſit recta B D, lateri A C perpendiculariter occurrens in puncto D. Fig. 20. Ideæ.

Demonſtratio, Per theor. 3. cap. 1. partis 5. ideæ Logiſticæ quadratum AC *ad* quadratum AB, hoc eſt AC 2 *ad* AB 2, habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum prima eſt, AC *ad* AB: Secunda eſt, A C *ad* A B ♎ AB *ad* AD, vt patet ex hypotheſi & theoremate 10. partis 3. Ideæ Logiſticæ; Tertia eſt, 1 *ad* 1: Quarta eſt, 1 *ad* 1; Sed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logiſticæ, hæc ratio compoſita æquatur rationi A C *ad* A D: ergo A C 2 *ad* A B 2 = A C *ad* A D. Rurſus per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logiſticæ, quadratum AC *ad* quadratum B C, hoc eſt A C 2 *ad* B C 2, habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum prima eſt, A C *ad* B C: Secunda eſt AC *ad* B C ♎ B C *ad* D C, vt patet ex hypotheſi & theor. 10. partis 3. Ideæ Logiſticæ: Tertia eſt, 1 *ad* 1: Quarta eſt, 1 *ad* 1; Sed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logiſticæ, hæc ratio compoſita æquatur rationi A C *ad* D C: ergo A C 2 *ad* B C 2 = A C *ad* D C. Quandoquidem igitur A C 2 *ad* A B 2 = A C *ad* A D, & præterea

N 2

rea A C 2 *ad* B C 2 = A C *ad* D C: manifeſtum eſt, A C 2 *ad* A B 2 † D C 2 = A C *ad* A D † D C: ſed per hypotheſim A C = A D † D C: ergo A C 2 *ad* A B 2 † B C 2 = A C *ad* AC: atqui A C = A C: ergo A C 2 = A B 2 † B C 2. Quod erat demonſtrandum.

Hoc idem theorema, breuius, ſed aliter demonſtratum proponitur in epiſtola 6. lib. 1. epiſtolarum Mathematicarum: eſt enim propoſitio 47. lib. 1. Euclidis. Deinde in eadem epiſtola poſt propoſitionem 48. libri 1. Euclidis, proponitur, atque demonſtratur ſub ea vniuerſalitate ad quam non aſſurgit antiqua methodus, vt ibidem notatur in Scholio: atque adeo dicta propoſitio 29. etiam annumerari poterat reliquis de quibus agimus ad dubium 16. vtpote facile demonſtrabilis Logiſticæ methodo, ſed indemonſtrabilis methodo Euclidea.

Theorema II.

Circulus X, cuius radius A B eſt medius proportionalis inter recti cylindri Z, latus E G, & baſeos diametrum E L: æqualis eſt curuæ ſuperficiei cylindri Z. *Eſt theor.* 40. *cap.* 3. *partis* 5. *Ideæ Logiſticæ*.

Fig. 33 & 35. ideæ. Conſtructio. Circumferentia circuli X ſit B C D: item circumferentia baſeos cylindri Z, ſit E F L.

Demonſtratio. Per theorema 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logiſticæ, curua ſuperficies recti cylindri Z, *ad* circulum X, habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum prima eſt, E F L *ad* A B: ſecunda eſt E G *ad* B C D: Tertia eſt 1 *ad* 1: Quarta eſt 2 *ad* 1; ſed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logiſticæ, hæc ratio compoſita eſt æqualis rationi quam habet E F L *in* 2 E G *ad* A B *in* B C D: ergo curua ſuperficies recti cylindri Z *ad* circulum X = E F L *in* 2 E G *ad* A B *in* B C D: ſed per theor. 3. cap. partis 5. Ideæ Logiſticę, E F L *in* 2 E G *ad* A B *in* B C D, habet rationem compoſitam ex ratione E F L *ad* B C D, & ratione 2 E G *ad* A B, hoc eſt rationem compoſitam ex ratione E L *ad* 2 A B, & ratione 2 E G *ad* A B, vt patet ex primo axiomate hypothetico; hoc eſt rationem compoſitam ex ratione A B *ad* 2 E G, & ratione 2 E G *ad* A B, vt patet ex hypotheſi: hoc eſt rationem 2 E G *ad* 2 E G, vt patet ex prob. 3. appendicis partis 4. ideæ Logiſticæ: ergo curua ſuperficies cylindri recti Z *ad* circulum

circulum X = 2 E G *ad* 2 E G ≏ 1 *ad* 1. Quod erat demonſtrandum.

Theorema III.

CViuſcunque ſphæræ X, ſuperficies, quadrupla eſt maximi circuli eiuſdem ſphæræ. *Eſt theor.* 44. *cap.* 3. *partis* 5. *Ideæ Logiſticæ*.

Conſtructio. Sit ABK quadrans maximi circuli ſphæræ X.

Demonſtratio. Per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logiſticæ, ſuperficies ſphæræ X *ad* 4 A B K, habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum prima eſt, 2 A K *ad* B K: ſecunda eſt, 4 A K *ad* 4 A K: tertia eſt, B K *ad* A K: quarta eſt 2 *ad* 1; ſed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logiſticæ, hæc ratio compoſita æqualis eſt rationi 4 *ad* 1: ergo ſuperficies ſphæræ X *ad* 4 A B K = 4 *ad* 1: ergo per conſtructionem & hypotheſim ſuperficies ſphæræ X, quadrupla eſt maximi circuli eiuſdem ſphæræ. Quod erat demonſtrandum. Fig. 37. ideæ.

Theorema IV.

OMnis ſphæra X, æqualis eſt cono Z, cuius altitudo P G æqualis eſt radio ſphæræ X, baſis vero E L æqualis eſt ſuperficiei ſphæræ X. *Eſt theor.* 48. *cap.* 3. *partis* 5. *Ideæ Logiſticæ*.

Conſtructio. A B K ſit quadrans maximi circuli ſphæræ X.

Demonſtratio. Per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logiſticæ, ſphæra X *ad* conum Z, habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum prima eſt, ratio 2 A B K *ad* E L, hoc eſt ratio 1 *ad* 8, vt patet ex conſtructione, hypotheſi, & præcedenti theoremate: ſecunda eſt 4 A K *ad* P G ≏ 4 A K *ad* A B: Tertia eſt, 2 A B *ad* 3 A K, vt patet ex ductu quinto ampliato propoſito ad dubium vndecimum: quarta eſt 3 *ad* 1; ſed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logiſticæ, hæc ratio compoſita æqualis eſt rationi 1 *ad* 1: ergo ſphæra X *ad* Conum Z = 1 *ad* 1: ergo ſphæra X, æqualis eſt cono Z. Quod erat demonſtrandum. Fig. 36. & 37. ideæ.

Theo-

Theorema V.

Cylindri recti ſphęrę circumſcripti curua ſuperficies ęqualis eſt ſuperficiei ſphæræ. Et ſi cylindrus ac ſphæra ſecentur planis ad axem rectis, erunt ſingula curua ſuperficiei cylindricæ ſegmenta, ſegmentis ſingulis ſuperficiei ſphæricæ æqualia. *Eſt theorema 45. cap. 3. partis 5. Ideæ Logiſticæ.*

Fig. 38. ideæ. Conſtructio pro prima parte. Cylindri I H ſphærę circumſcripti axis ſit A K, qui idem axis ſit diameter ſphæræ C K: ſitque A B K quadrans maximi circuli eiuſdem ſphæræ.

Demonſtratio primæ partis. Per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logiſticæ, ſuperficies ſphæræ C K *ad* curuam ſuperficiem cylindri I H, habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum prima eſt, 2 arcus A K *ad* 4 arcus A K ⩧ 2 *ad* 4; ſecunda eſt, 4 arcus A K *ad* 2 A B: tertia eſt A B *ad* arcum A K: quarta eſt 1 *ad* 1; ſed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logiſticæ, hæc ratio compoſita eſt ęqualis rationi quam habent 8 arcus A K *ad* 8 arcus A K ⩧ 8 *ad* 8: ergo ſuperficies ſphærę C K *ad* curuam ſuperficiem cylindri I H = 8 *ad* 8: ergo ſuperficies ſphæræ C K æquatur curuæ ſuperficiei cylindri I H. Vt aſſeritur in prima parte.

Conſtructio pro ſecunda parte; poſita conſtructione primæ partis, quæuis plana ad cylindri axem recta, atque axi occurrentia in punctis A & G, ex ſphæra auferant ſegmentum L A D, ex cylindro vero auferant ſegmentum F H.

Demonſtratio ſecundæ partis, *in qua commoditatis gratia ſupponitur definitio ductus quinti ampliati propoſita ad dubium 11. & conſequenter axioma quintum ampliatum ibidem propoſitum.* Per theorema 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logiſticæ, ſuperficies portionis ſphæricæ L A D *ad* curuam ſuperficiem portionis cylindricæ F H, habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum prima eſt, arcus A D *ad* 4 arcus A K: ſecunda eſt, 4 arcus A K *ad* A G: tertia eſt A G *ad* A D: quarta eſt, 1 *ad* 1; ſed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logiſticæ, hæc ratio compoſita æqualis eſt rationi A D *ad* A D ⩧ 1 *ad* 1: ergo ſuperficies portionis ſphæricę L A D *ad* curuam ſuperficiem portionis cylindricæ F H = 1 *ad* 1: igitur ſuperficies ſphæricæ portionis L A D, æqualis eſt curuæ ſuperficiei cylindricæ portionis F H. Vt aſſeritur in ſecunda parte.

Theo-

Theorema VI.

SPhæræ ſuperficies X, curuæ ſuperficiei Z cylindri quadrati ſphæræ inſcripti dupla eſt. *Eſt theor. 51. cap. 3. partis 5. Ideæ Logiſticæ.*

Conſtructio. Cylindri quadrati ſphæræ inſcripti axis ſit Q A, latera ſint P H & I M. Sphęræ centrum ſit B, radij B H & B P: pręterea recta B K perpendiculariter in K occur- Fig. 39.
rat rectæ P H: denique arcus O H ſit quarta pars circum- ideæ.
ferentiæ radio A H deſcriptæ.

Demonſtratio prima, *in qua commoditatis gratia aſſumitur vnitas vulgaris ad ſignificandum arcum HP, hoc eſt arcum quadrantis maximi circuli ſphæra, habentis radium BH: vt ſatis patet ex hypotheſi & conſtructione.* Per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logiſticæ, X *ad* Z habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum prima eſt, 2 arcus H P *ad* 4 H O ≏ B H *ad* 2 A H: ſecunda eſt, 4 arcus H P *ad* 2 A H ≏ 4 *ad* 2 A H: Tertia eſt B H *ad* arcum H P ≏ B H *ad* 1: quarta eſt 1 *ad* 1; ſed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logiſticæ, hæc ratio compoſita æqualis eſt rationi B H 2 *ad* A H 2: ergo X *ad* Z = B H 2 *ad* A H 2: ſed ex hypotheſi & theor. 1. hic, ſatis patet B H 2 *ad* A H 2 = 2 *ad* 1 : ergo X *ad* Z = 2 *ad* 1 : ergo ſphæræ ſuperficies X, curuæ ſuperficiei Z, cylindri quadrati ſphæræ inſcripti dupla eſt. Quod erat demonſtrandum.

Demonſtratio ſecunda, *in qua vnitas vulgaris non aſſumitur ad ſignificandum arcum H P: ſed adhibetur ſecundus ex duobus modis inueniendi rationem compoſitam, qui docetur prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logiſticæ.*

Per theorema 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logiſticæ X *ad* Z habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus quarum prima eſt, 2 arcus H P *ad* 4 H O ≏ B H *ad* 2 A H: Secunda eſt, 4 arcus H P *ad* 2 A H: Tertia eſt B H *ad* arcum H P : Quarta eſt 1 *ad* 1; ſed per prob. 3. appendicis partis 4. ideæ Logiſticæ, hæc ratio compoſita æqualis eſt rationi B H *in* B H *in* 4 arcus H P *in* 1 *ad* 2 AH *in* 2 A H *in* arcum HP *in* 1 ≏ B H 2 *in* 4 arcus H P *ad* 4 A H 2 *in* arcum H P ≏ B H 2 *in* 4 arcus H P *ad* A H 2 *in* 4 arcus H P ≏ B H 2 *ad* A H 2; ergo X *ad* Z = B H 2 *ad* A H 2; ſed per hypotheſim & theor. 1. hic ſatis patet B H 2 eſſe duplum A H 2: ergo ſphæræ ſuperficies X,

curuæ

curuæ ſuperficiei Z cylindri quadrati ſphæræ inſcripti dupla eſt. Quod erat demonſtrandum.

Demonſtratio tertia, *in qua vnitas vulgaris non aſſumitur ad ſignificandum arcum H P, & tamen adhibetur prior ex duobus modis inueniendi rationem compoſitam, de quibus agitur in prob. 3. Appendicis partis 4. Ideæ Logiſticæ*. Per theorema 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logiſticæ, X *ad* Z habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum prima eſt, 2 arcus H P *ad* 4 HO ≏ B H *ad* 2 A H; ſecunda eſt, 4 arcus H P *ad* 2 A H: tertia eſt, B H *ad* arcum H P: quarta eſt 1 *ad* 1; ſed per prob. 3. appendicis partis quartæ Ideæ Logiſticæ, hæc ratio compoſita æqualis eſt rationi B H *ad* $\frac{4\ \mathrm{AH}\ 2\ \mathit{in}\ \mathrm{arcum\ HP}}{4\ \mathrm{arcus\ HP}}$ *per* BH ≏ BH *ad* $\frac{\mathrm{AH}\ 2\ \mathit{in}\ 4\ \mathrm{arcus\ HP}}{4\ \mathrm{arcus\ HP}}$ *per* B H ≏ B H *in* B H *ad* A H 2 ≏ BH 2 *ad* A H 2: ergo X *ad* Z = B H 2 *ad* A H 2: ſed per hypotheſim & theorema primum hic propoſitum patet, B H 2 eſſe duplum ipſius A H 2: ergo X eſt duplum Z. Quod erat demonſtrandum.

Theorema VII.

Fig. 44. ideæ. Sit X conus æquilaterus, Z ſit cylinder quadratus, P ſit ſphæra: præterea axis coni X, tam ad axem cylindri Z, quam ad diametrum ſphæræ P, habeat rationem quam habet 3 *ad* 2.

Dico corpora X, Z, P continuare eamdem rationem 3 *ad* 2, tum quo ad ſoliditatem, tum quo ad ſuperficiem totam. Hoc eſt, corpus X *ad* corpus Z = 3 *ad* 2. Item corpus Z *ad* corpus P = 3 *ad* 2. Item totam ſuperficiem corporis X *ad* totam ſuperficiem corporis Z = 3 *ad* 2. Denique totam ſuperficiem corporis Z *ad* totam ſuperficiem ſphæræ P = 3 *ad* 2. *Eſt theor. 63. cap. 3. partis 5. Ideæ Logiſticæ.*

Conſtructio. Sit L D diameter baſeos coni X, eiuſdemque coni altitudo ſit G A: ſitque O G D quadrans circuli qui eſt baſis coni X: Diameter baſeos cylindri Z, ſit I M: R E M ſit quadrans circuli qui eſt baſis cylindri Z. Latus cylindri Z, ſit M H: Quadrans maximi circuli ſphæræ P, ſit N B F.

Nota quod A G 2 = 3 G D 2. Etenim per hypotheſim 2 G D = 4 A D, adeoque A D 2 = 4 G D 2: ſed per theor. 1. hic,

1. hic, A D 2 = G D 2 † A G 2: ergo 4 G D 2 = G D 2 † A G 2: ergo 3 G D 2 = A G 2.

Demonſtratur prima pars, nimirum corpus X *ad* corpus Z habere proportionem quam habet 3 *ad* 2. Per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logiſticæ, corpus X ad corpus Z habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum prima eſt, 4 D G O *ad* 4 M E R ≏ G D 2 *ad* E M 2 ≏ G A 2 *per* 3 *ad* M H 2 *per* 4, vt patet ex hypotheſi & nota præmiſſa; ≏ 4 G A 2 *ad* 3 M H 2: ſecunda ratio eſt, G A *ad* M H; tertia ratio eſt, 1 *ad* 3: quarta ratio eſt, 1 *ad* 1; ſed per probl. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logiſticæ, hæc ratio compoſita, æqualis eſt rationi 4 M A 3 *ad* 9 M H 3 ≏ 27 *in* 4 *ad* 8 *in* 9, quandoquidem per hypotheſim A G *ad* M H = 3 *ad* 2: ergo corpus X *ad* corpus Z = 27 *in* 4 *ad* 8 *in* 9 ≏ 27 *per* 9 *ad* 8 *per* 4 ≏ 3 *ad* 2: igitur corpus X *ad* corpus Z habet eamdem rationem quam habet 3 *ad* 2. Vt dicitur in prima parte.

Demonſtratur ſecunda pars, nimirum totam ſuperficiem corporis X *ad* totam ſuperficiem corporis Z, habere proportionem quam habet 3 *ad* 2. Per theorema 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logiſticæ, curua ſuperficies corporis X *ad* curuam ſuperficiem corporis Z, habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum prima eſt, 4 D O *ad* 4 R M ≏ G D *ad* E M: ſecunda eſt, A D *ad* H M ≏ 2 G D *ad* 2 E M: tertia eſt, 1 *ad* 2. quarta eſt, 1 *ad* 1, ſed per problema 3. appendicis partis 4: Ideæ Logiſticæ, hæc ratio compoſita æqualis eſt rationi 2 G D 2 *ad* 4 E M 2: ergo curua ſuperficies corporis X *ad* curuam ſuperficiem corporis Z = 2 G D 2 *ad* 4 E M 2. Rurſus per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logiſticæ, baſis corporis X *ad* baſes corporis Z habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum prima eſt, G D *ad* E M: ſecunda eſt, 4 D O *ad* 4 R M ≏ G D *ad* E M: tertia eſt 1 *ad* 2: quarta eſt 2 *ad* 1 · ſed per probl. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logiſticæ, hæc ratio compoſita æqualis eſt rationi G D 2 *ad* 2 E M 2; ergo baſis corporis X ad baſes corporis Z = G D 2 *ad* 2 E M 2: ergo tota ſuperficies corporis X *ad* totam ſuperficiem corporis Z = 2 G D 2 † G D 2 *ad* 4 E M 2 † 2 E M 2 ≏ 3 G D 2 *ad* 6 E M 2 ≏ G A 2 *ad* 6 E M 2, vt patet ex præmiſſa nota: ſed quoniam per hypotheſim A G *ad* H M = 3 *ad* 2, adeoque A G *ad* E M = 3 *ad* 1, patet G A 2 *ad* 6 E M 2 = 9 *ad* 6 ≏ 3 *ad* 2: ergo tota ſuperficies corporis X *ad* totam ſuperficiem corporis Z = 3 *ad* 2. Vt aſſeritur in ſecunda parte.

Digitized by Google

Demonſtratur tertia pars, nimirum corpus Z *ad* corpus P habere proportionem quam habet 3 *ad* 2. Per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logiſticæ, corpus X *ad* corpus P habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum prima eſt, 4 R E M *ad* 2 N B F ♎ 4 *ad* 2, vt patet ex hypotheſi: ſecunda eſt M H *ad* 4 arcus N F ♎ 2 E M *ad* 4 arcus N F: tertia eſt 1 *ad* 1: quarta ratio (iuxta axioma 5 ampliatum de quo ad dubium 11 hic) eſt arcus 3 N F *ad* 2 B N ♎ 3 N F *ad* 2 E M, vt patet ex hypotheſi: ſed per prob. 3. appendicis partis 4 Ideæ Logiſticæ, ratio compoſita ex dictis quatuor rationibus, eſt æqualis rationi 3 N F *ad* 2 N F ♎ 3 *ad* 2: ergo corpus Z ad corpus P = 3 *ad* 2. Vt dicitur in tertia parte.

Demonſtratur quarta pars. Per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logiſticæ, curua ſuperficies corporis Z *ad* ſuperficiem corporis P, habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum prima eſt, 4 R M *ad* 2 N F ♎ 4 N F *ad* 2 N F ♎ 4 *ad* 2: ſecunda ratio eſt, M H *ad* 4 N F ♎ 2 E M *ad* 4 NF: Tertia eſt, 1 *ad* 1: Quarta eſt, N F *ad* B N ♎ N F *ad* E M; ſed per probl. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logiſticæ, ratio compoſita ex his quatuor rationibus æqualis eſt rationi 2 N F *ad* 2 N F ♎ 2 *ad* 2 ergo curua ſuperficies corporis Z ad ſuperficiem corporis P = 2 *ad* 2. Rurſus per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logiſticæ duæ baſes, ſiue ſuperficies planæ corporis Z *ad* ſuperficiem corporis P, habet rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum prima eſt, 2 E M *ad* 2 N F: ſecunda eſt, 4 R M *ad* 4 N F ♎ 4 *ad* 4: Tertia eſt, 1 *ad* 2; Quarta eſt, N F *ad* B N ♎ N F *ad* E M; ſed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logiſticæ, ratio compoſita ex his quatuor rationibus æqualis eſt rationi 2 E M *ad* 4 E M ♎ 1 *ad* 2: ergo duæ baſes, ſiue ſuperficies planæ corporis Z *ad* ſuperficiem corporis P = 1 *ad* 2: ſed etiam oſtenſum eſt ſuperficiem curuam corporis Z *ad* ſuperficiem corporis P = 2 *ad* 2 ergo tota ſuperficies corporis Z *ad* ſuperficiem corporis P = 3 *ad* 2. Vt aſſeritur in quarta parte.

Ca-

Digitized by Google

Capitis primi libri ſecundi Logiſticæ problemata vniuerſaliter propoſita & ſoluta.

AD gradum 7. capitis præcedentis, agitur de modo vniuerſalius proponendi & ſoluendi problemata magis reſtricta; ad huius modi declarationem, idem vt ità dicam problema, ſucceſſiuè tertiò proponitur & ſoluitur: prius tamen reſtrictum ad numeros vulgares: deinde paulò vniuerſalius, vt ſola proportio numeris vulgaribus expreſſa ſit, atque particularis; denique ſub maxima vniuerſalitate, vt etiam ipſa proportio ſit indeterminatè quælibet ex omnibus proportionibus poſſibilibus. Maximam hanc vniuerſalitatem problematis tertio loco propoſiti, nullatenus impedit, quod proportionis primus terminus exprimatur numero vulgari: etenim licet multæ ſint poſſibiles proportiones, quæ exprimi non poſſint per duos terminos qui ſinguli ſint numeri vulgares, atque Exempli Gratia talis ſit proportio quam habet eiuſdem quadrati diameter ad latus, vt conſtat ex Epiſtola 4. lib. 1. Epiſtolarum: tamen ex eadem epiſtola ſatis patet, nullam eſſe poſſibilem proportionem, quæ exprimi non poſſit per duos terminos, quorum vnus ſit quilibet numerus vulgaris, & alter ſit aut numerus denominatus aut numerus radicalis. Ex his manifeſtum quidem eſt, maximam vniuerſalitatem, prædicti, aliorumue problematum non vitiari, per hoc, quod vnus proportionis terminus exprimatur per numerum vulgarem: atque huiuſmodi vulgarem numerum tantum adhiberi ob maiorem commoditatem: tamen vulgaris numerus hoc modo adhibitus, neſcio quem ſcrupulum cauſauit, in nonnullis currentis anni candidatis Matheſeos: non quidem quod optimè non intelligerent, problematum vt iam diximus maximæ vniuerſalitati minimè aduerſari vulgarem numerum, quo vnus proportionis terminus exprimitur: ſed quod ipſis videretur per hoc quodammodo imminui, aut nitorem, aut decorem vniuerſalium problematum.

Ne ſimilis aliquis ſcrupulus offendat alios noſtræ Logiſticæ ſtudioſos: præterea vt habeant ſingula problemata capitis primi libri ſecundi Logiſticæ, vniuerſaliter propoſita ac ſoluta; ſingula hic addo, exercitij gratia compoſita ab huius anni Matheſeos candidatis. Quod ſeptimanas impenderint, vt à

primis Logiſticæ noſtræ fundamentis ad eum gradum peruenirent, ad quem ſpectant vniuerſalia problemata, non dico: ne fortaſſis mihi denegetur fides, aſſerenti pluribus ſuffeciſſe viginti quatuor horarum ſtudium: non quidem ſucceſſiuè continuatum, ſed diuerſis diebus per partes ſubtractum ab alijs occupationibus. De veritate conſuli poſſunt ex Societate Noſtra. *Franciſcus Antonius Phæbeus. Antonius Franciſcus Domenichinus. Petrus Mora. Sigiſmundus Nigrellus.* Singuli enim Logiſticæ ſtudium hoc anno aggreſſi, exercitij gratia compoſita mihi exhibuerunt vniuerſalia problemata quæ ſubſequuntur: licet priores duo grauioribus Sacræ Theologiæ: poſteriores duo, modernæ atque ſtrepitoſo ſcholarum tribunali adaptatæ Peripateticę philoſophiæ ſtudijs, ex profeſſo ità incumbant, vt cũ planè præcipuis de palma contendant.

Problema I.

IGnotarum quantitatum A & B, differentia C, & aggregatum D, cognoſcuntur.

Oporteat inuenire quantitates A & B.

Solutio. Suppoſito quod ignotarum quantitatum A & B minor ſit A, per hypotheſim maior $B = A + C$: igitur $A + A + C = D$: ergo $2\,A + C = D$: ergo $2\,A = D - C$: ergo $A = \frac{D-C}{2}$; igitur ex cognita quantitate D, auferendo cognitam quantitatem C, huius reſidui dimidium dabit minorem ex incognitis duabus quantitatibus A & B; denique huic minori atque inuentæ quantitati addendo cognitam differentiam C, habetur maior ex quantitatibus A & B, quæ erant inueniendæ.

Suppoſito caſu particulari problematis 1. cap. 1. lib. 2. Logiſticæ: $C = 40$. $D = 100$. Ergo $\frac{D-C}{2} = \frac{100-40}{2} = \frac{60}{2} = 30$. Ex quo patet allatam hic vniuer

ſalem

ſalem ſolutionem conuenire cum particulari ſolutione propoſita in Logiſtica.

Problema II.

IGnotarum quantitatum A & B, cognita ſit differentia C: præterea A *ad* $B = X$ *ad* Z, atque cogniti ſint termini X & Z.

Oporteat inuenire quantitates A & B.

Solutio. Suppoſito quod quantitatum A & B minor ſit A, per hypotheſim $A + C = B$: ſed A *ad* $B = X$ *ad* Z: ergo A *ad* $A + C = X$ *ad* Z: ergo A *in* $Z = A + C$ *in* X: ergo A *in* $Z = A$ *in* X *et* $+ C$ *in* X: ergo A *in* Z *et* $- A$ *in* $X = C$ *in* X: ergo A *in* Z *et* $+ A$ *in* $- X = C$ *in* X: ergo A *in* $Z - X = C$ *in* X: ergo per prob. 4. cap. 5. lib. 1. Logiſticæ, $A = \frac{C\,in\,X}{Z - X}$; igitur ducendo quantitatem C, in minorem ex quantitatibus X & Z, & hoc productum diuidendo per differentiam quantitatum X & Z: habetur quantitas æqualis minori ex duabus incognitis quantitatibus A & B: atque huic minori quantitati addendo cognitam differentiam C, habetur maior ex duabus quantitatibus A & B, quæ erant inueniendæ.

Suppoſito caſu problematis 2, cap. 1. lib. 2. Logiſticæ. $C = 12$. $X = 2$. $Z = 3$. Ergo $\frac{C\,in\,X}{Z - X} = \frac{12\,in\,2}{3 - 2} \bumpeq \frac{24}{1} \bumpeq 24$. Ex quo patet, allatam vniuerſalem ſolutionem, conuenire cum ſolutione particulari propoſita in Logiſtica.

Pro-

Problema III.

IGnotarum quantitatum A & B, cognitum ſit aggregatum E : præterea cognita ſit proportio quam minor quantitas A habet ad maiorem B : atque talis proportio ſit X *ad* Z.

Oporteat inuenire quantitates A & B.

Solutio. Per hypotheſim E − A ≕ B : ſed etiam A *ad* B ≕ X *ad* Z : ergo A *ad* E − A ≕ X *ad* Z : ergo A *in* Z ≕ E − A *in* X : ergo A *in* Z ≕ E *in* X *et* − A *in* X : ergo A *in* Z *et* † A *in* X ≕ E *in* X : ergo A *in* Z † X ≕ E *in* X : ergo per prob. 4. cap. 5. lib. 1. Logiſticæ, A ≕ $\frac{E \; in \; X}{Z \dagger X}$; igitur ducendo quantitatem E in quantitatem X, atque hoc productum diuidendo per aggregatum quantitatum X & Z, habetur minor quantitas A : hanc inuentam minorem quantitatem A auferendo ex cognita quantitate E, habetur quantitas B, maior ex duabus quantitatibus A & B, quæ erant inueniendæ.

Suppoſito caſu problematis 3. cap. 1. lib. 2. Logiſticæ. E ≕ 60. X ≕ 2. Z ≕ 3. ergo $\frac{E \; in \; X}{Z \dagger X}$ ≕ $\frac{60 \; in \; 2}{3 \dagger 2}$ ≏ $\frac{120}{5}$ ≏ 24. Hinc patet propoſitam vniuerſalem ſolutionem, conuenire cum ſolutione particulari, quæ affertur in Logiſtica.

Pro-

Digitized by Google

Problema IV.

QVantitas A ſit ignota, cognoſcantur tamen duæ quantitates B & C, quæ ſingulæ ſint minores quantitate A: præterea cognita ſit proportio X *ad* Z, æqualis proportioni quam habet differentia quantitatum A et B, ad differentiam quantitatum A et C.

Oporteat inuenire quantitatem A.

Solutio. Per hypotheſim, A − B *ad* A − C = X *ad* Z: ergo A − B *in* Z = A − C *in* X: ergo A *in* Z *et* − B *in* Z = A *in* X *et* − C *in* X : ergo A *in* Z *et* − A *in* X = B *in* Z *et* − C *in* X : ergo A *in* Z *et* + A *in* − X = B *in* Z *et* − C *in* X : ergo A *in* Z − X = B *in* Z *et* − C *in* X: ergo A = $\frac{B\ in\ Z\ et\ - C\ in\ X}{Z - X}$; igitur differentia productorum, quorum vnum habetur ex B ducto in Z, alterum habetur ex C ducto in X, diuidendo per differentiam Z et X, producitur quantitas A, quæ erat inuenienda.

Suppoſito caſu problematis 4. cap. 1. lib. 2. Logiſticæ, B = 76. C = 4. X = 1. Z 4. ergo $\frac{B\ in\ Z\ et\ - C\ in\ X}{Z - X} = \frac{76\ in\ 4\ et\ - 4\ in\ 1}{4 - 1} = \frac{304 - 4}{3} = \frac{300}{3} = 100$. Hinc conſtat propoſitam vniuerſalem ſolutionem, conuenire cum ſolutione particulari allata in Logiſtica.

Pro-

Problema V.

QVantitas A ſit ignota, cognoſcantur tamen duæ quantitates B et C, ſingulæ maiores quantitate A: præterea cognita ſit proportio X *ad* Z, æqualis proportioni quam habet differentia quantitatum A et B, ad differentiam quantitatum A et C.

Oporteat inuenire quantitatem A.

Solutio. Per hypotheſim, B − A *ad* C − A = X *ad* Z : ergo B − A *in* Z = C − A *in* X : ergo B *in* Z *et* − A *in* Z = C *in* X *et* − A *in* X : ergo A *in* X *et* − A *in* Z = C *in* X *et* − B *in* Z : ergo A *in* X − Z = C *in* X *et* − B *in* Z : ergo A = $\frac{C \text{ in } X \text{ et} - B \text{ in } Z}{X - Z}$; igitur differentiam productorum quorum vnum habetur ex C ducto in X, alterum habetur ex B ducto in Z, diuidendo per differentiam X et Z: habetur quantitas æqualis quantitati A, quæ erat inuenienda.

Suppoſito caſu problematis 5. cap. 1. lib. 2. Logiſticæ, B = 60. C = 40. X = 3. Z − 1. ergo $\frac{C \text{ in } X \text{ et} - B \text{ in } Z}{X - Z} = \frac{40 \text{ in } 3 \text{ et} - 60 \text{ in } 1}{3 - 1} = \frac{110 - 60}{2} = \frac{60}{2} = 30$. Hinc manifeſtum eſt, allatam vniuerſalem ſolutionem, conuenire cum ſolutione quæ affertur in Logiſtica.

Pro-

Problema VI.

QVantitas A ſit ignota, cognoſcantur tamen duæ quantitates B et C, quarum prior B ſit minor, poſterior C ſit maior quantitate A: prætere a cognita ſit proportio X *ad* Z, æqualis proportioni quam habet differentia quantitatum A et B, ad differentiam quantitatum A et C.

Oporteat inuenire quantitatem A.

Solutio. Per hypotheſim, A − B *ad* C − A = X *ad* Z: ergo A − B *in* Z = C − A *in* X: ergo A *in* Z *et* − B *in* Z = C *in* X *et* − A *in* X: ergo A *in* Z *et* + A *in* X = C *in* X *et* + B *in* Z: ergo A *in* X + Z = C *in* X *et* + B *in* Z: ergo A = $\frac{C \text{ in } X \text{ et } + B \text{ in } Z}{X + Z}$; igitur aggregatum, ex quantitate C ducta in quantitatẽ X, et ex quantitate B ducta in quantitatem Z, diuidendo per aggregatum quantitatum X et Z, habetur quantitas æqualis quantitati A, quæ erat inuenienda.

Suppoſito caſu particulari problematis 6. cap. 1. lib. 2. Logiſticæ, B = 60. C = 180. X = 1. Z = 5. ergo $\frac{C \text{ in } X \text{ et } + B \text{ in } Z}{X + Z} = \frac{180 \text{ in } 1 \text{ et } + 60 \text{ in } 5}{5 + 1} = \frac{180 + 300}{6} = \frac{480}{6} = 80$. Hinc conſtat, allatam ſolutionem vniuerſalem, conuenire cum particulari ſolutione quæ proponitur in Logiſtica.

Q Pro-

Digitized by Google

Problema VII.

Cognita quantitas C diuidenda ſit in duas partes A et B, ita vt $\frac{A}{X} \dagger \frac{B}{Z} = E$: qualeſcunque quantitates cognitas ſignificent ſingulæ litteræ E, X, Z, atque poſſibile ſit quod petitur.

Oporteat inuenire quantitates A & B.

Solutio. Per hypotheſim, $C - A = B$: ſed per hypotheſim $\frac{A}{X} \dagger \frac{B}{Z} = E$: ergo $\frac{A}{X} \dagger \frac{C-A}{Z} = E$; ergo $\frac{A}{X} \dagger \frac{C}{Z} - \frac{A}{Z} = E$: ergo $\frac{A}{X} - \frac{A}{Z} = E - \frac{C}{Z} \bumpeq E - F$ (ſuppoſito quod $\frac{C}{Z} = F$, quam ſuppoſitionem non ex aliqua neceſsitate, ſed ob ſolam commodiorem ſcriptionem placet aſſumere) ſed ex prob. 3. cap. 6. Arithmeticæ ſatis patet, $\frac{A}{X} - \frac{A}{Z} = \frac{Z \, in \, A}{X \, in \, Z} - \frac{X \, in \, A}{X \, in \, Z} \bumpeq \frac{A \, in \, Z - X}{X \, in \, Z}$: ergo $\frac{A \, in \, Z - X}{X \, in \, Z} = E - F$: ergo $A \, in \, Z - X = E - F \, in \, X \, in \, Z$: ergo $A = \frac{E - F \, in \, X \, in \, Z}{Z - X}$; igitur ex cognita quantitate E, prius auferendo productum ex quantitate C diuiſa per quantitatem Z : atque hoc reſiduum ducendo in productum ex quantitate X ducta in quantitatem Z : denique hoc vltimum productum diuidendo per differentiam quantitatum X et Z : habetur quantitas æqualis quantitati A, quæ eſt vna ex quantitatibus inueniendis; inuentam vero hanc quantitatem A auferendo ex quantitate C, reſiduum æquabitur quantitati B, quæ eſt altera ex duabus quantitatibus inueniendis.

Suppoſito caſu particulari problematis 7. cap. 1. lib. 2. Logiſticæ, $C = 60$. $E = 14$. $X = 3$. $Z = 5$.

adeo-

adeoque $F = 12$. igitur $\frac{E - F \text{ in } X \text{ in } Z}{Z - X} = \frac{14 - 12 \text{ in } 3 \text{ in } 5}{5 - 3} = \frac{2 \text{ in } 15}{2} = 15$: ergo A, hoc eſt vnus ex duobus numeris inueniendis eſt 15 : alter vero B, erit $60 - 15$, hoc eſt 45. Ex quo patet hic allatam vniuerſalem ſolutionem conuenire cum particulari ſolutione in Logiſtica propoſita.

Problema VIII.

Cognita quantitas C diuidenda ſit in duas partes A et B quarum minor A, et differentia ſit D, ita vt $\frac{A}{X} \dagger \frac{B}{Z} = E$: qualeſcunque cognitas quantitates repræſentent ſingulæ litteræ D, E, X, Z : atque poſsibile ſit quod petitur.

Oporteat inuenire quantitates A & B.

Solutio. Per hypotheſim $A \dagger D = B$: ſed etiam per hypotheſim $\frac{A}{X} \dagger \frac{B}{Z} = E$: ergo $\frac{A}{X} \dagger \frac{A \dagger D}{Z} = E$: ergo $\frac{A}{X} \dagger \frac{A}{Z} \dagger \frac{D}{Z} = E$: ergo $\frac{A}{X} \dagger \frac{A}{Z} = E - \frac{D}{Z} = E - F$ (ſuppoſito commoditatis gratia quod $\frac{D}{Z} = F$) ſed ex prob. 3. cap. 6. Arithmeticæ ſatis patet quod $\frac{A}{X} \dagger \frac{A}{Z} = \frac{Z \text{ in } A}{X \text{ in } Z} \dagger \frac{X \text{ in } A}{X \text{ in } Z}$: ergo $\frac{Z \text{ in } A}{X \text{ in } Z} \dagger \frac{X \text{ in } A}{X \text{ in } Z} = E - F$: ergo $\frac{A \text{ in } X \dagger Z}{X \text{ in } Z} = E - F$: ergo $A \text{ in } X \dagger Z = E - F \text{ in } X \text{ in } Z$: ergo $A = \frac{E - F \text{ in } X \text{ in } Z}{Z \dagger X}$: igitur prius ex quantitate E auferendo productum ex quantitate D diuiſa per quantitatem Z, atque productum ex hac ſubtractione ducendo in productum ex quantitate X ducta in quantitatem Z, denique productum ex hac multiplicatione diuidendo per aggregatum quantitatum X et Z, habetur quantitas æqualis quantitati A, quæ eſt minor ex duabus quæſitis quantitatibus;

inuentæ huic quantitati A, addendo cognitam differentiam D, habetur quantitas æqualis quantitati B quæ eſt maior ex duabus quantitatibus inueniendis.

Suppoſito caſu particulari problematis 8. cap. 1. lib. 2. Logiſticæ, $C = 348$. $D = 84$. $E = 98$. $X = 3$. $Z = 4$: adeoque $F = 21$: igitur $\frac{E - F \mathit{in} X \mathit{in} Z}{X + Z} = \frac{98 - 21 \mathit{in} 3 \mathit{in} 4}{3 + 4} \bumpeq \frac{924}{7} \bumpeq 132$: ergo minor quantitas A eſt 132: ergo $B = 132 + 84 \bumpeq 216$. Ex quo patet hic allatam vniuerſalem ſolutionem conuenire cum ſolutione particulari propoſita in Logiſtica.

Problema IX.

INueniendæ ſint duæ quantitates A & B quarum minor ſit A, differentia vero ſit D, ita tamen vt $\frac{B}{X} - \frac{A}{Z} = E$, qualeſcunque cognitas quantitates repræſentent ſingulæ litteræ D, E, X, Z: atque poſſibile ſit quod petitur.

Oporteat inuenire quantitates A & B.

Solutio. Per hypotheſim $A + D = B$: ſed etiam per hypotheſim $\frac{B}{X} - \frac{A}{Z} = E$: ergo $\frac{A + D}{X} - \frac{A}{Z} = E$: ergo $\frac{A}{X} + \frac{D}{X} - \frac{A}{Z} = E$: ergo $\frac{A}{X} - \frac{A}{Z} = E - \frac{D}{X}$: ſed $\frac{Z \mathit{in} A}{X \mathit{in} Z} - \frac{X \mathit{in} A}{X \mathit{in} Z} = \frac{A}{X} - \frac{A}{Z}$ vt ſatis patet ex prob. 3. cap. 6. Arithmeticæ: ergo $\frac{Z \mathit{in} A}{X \mathit{in} Z} - \frac{X \mathit{in} A}{X \mathit{in} Z} = E - \frac{D}{X} \bumpeq E - F$: (ſuppoſito quod $\frac{D}{X} = F$) ſed $\frac{Z \mathit{in} A}{X \mathit{in} Z} - \frac{X \mathit{in} A}{X \mathit{in} Z} = \frac{A \mathit{in} Z - X}{X \mathit{in} Z}$: ergo $\frac{A \mathit{in} Z - X}{X \mathit{in} Z} = E - F$: ergo $A \mathit{in} Z - X = E - F \mathit{in} X \mathit{in} Z$: ergo $A = \frac{E - F \mathit{in} X \mathit{in} Z}{Z - X}$. Igitur prius ex quantitate E auferendo productum ex quantitate D diuiſa per quantitatem Z, atque productum ex hac ſubtractione ducendo in productum ex quantitate X ducta in

quan-

quantitatem Z: denique per has operationes inuentam quantitatem diuidendo per differentiam quantitatum X & Z, habebitur quantitas æqualis quantitati A, quæ eſt minor ex duabus quantitatibus inueniendis: inuentæ huic quantitati A addendo cognitam inueniendarum quantitatum differentiam D. habebitur quantitas æqualis quantitati B quæ eſt maior ex duabus inueniendis quantitatibus.

Suppoſito particulari caſu problematis 9. c. 1. lib. 2. Logiſticæ, D = 12. E = 9. X = 3. Z = 4, adeoque F = 4. Igitur $\frac{E - F \text{ in } X \text{ in } Z}{Z - X} = \frac{9 - 4 \text{ in } 3 \text{ in } 4}{4 - 3} \doteqdot \frac{5 \text{ in } 3 \text{ in } 4}{1} \doteqdot 60$: ergo minor quantitas A eſt 60: maior vero quantitas B eſt 60 † 12, hoc eſt 72. Hinc iterum patet allatam vniuerſalem ſolutionem conuenire cum particulari ſolutione propoſita in Logiſtica.

Nota. Vt in exemplis melius appareat, & ſenſus, & vſus regulæ, quæ proponitur capite 9. lib. primi Logiſticæ: ibidem libro ſecundo afferuntur varia problemata; hæc tamen ſingula tantum propoſita ſunt in caſibus aliquibus ſpeculatiuis; alia ad eundem finem ſeruientia problemata contenta parte ſeptima ideæ Logiſticæ, proponuntur in caſibus practicis. Hoc poſteriori modo propoſita problemata, plerumque magis arridere conſueuerunt Matheſeos candidatis; ſi hanc aliamue ob cauſam, deſiderentur ad caſum practicum reſtricta ſingula vniuerſalia problemata hiç propoſita in caſu ſpeculatiuo: ſufficit imitari titulum problematis 23. partis 7. ideæ Logiſticæ: ad cuius imitationem, problema 9. quod hic vltimum locum tenet, in hunc modum poſſet proponi.

In Epiſtola ad me ſcripta hæc habentur. *Ex numeris, A, B, D, E, X, Z: priores duo numeri A & B deleti ſunt: reliqui à me legi poſſunt, alteri indicari non poſſunt: ſcio tamen numerum A eſſe minorem numero B, & numerum D eſſe differentiam numerorum A & B: quodque productum ex numero A diuiſo per numerum Z, auferendo ex producto quod oritur ex numero B diuiſo per numerum X, reſiduum ſit æquale numero E. Quæro, an, vel quomodo per ſolum vulgarem Arithmeticam mihi notam, ex*

co-

cognitis mihi numeris, D, E, X, Z, poſsim inuenire duos reliquos numeros A & B, quos cognoſcere mea magni intereſt.

Ad propoſitum problema reſpondeo, reſcribi poſſe, vt prius ex numero E, auferat productum ex numero D diuiſo per numerum Z: deinde productum ex hac ſubtractione, ducat in productum ex numero X ducto in numerum Z; denique hoc modo inuentum numerum diuidat per differentiam numerorum X & Z; quod ex hac vltima diuiſione productus numerus, erit numerus A minor ex deſideratis duobus numeris: cui addendo numerum D, habebit numerum B maiorem ex duobus numeris qui erant inueniendi.

Quod hic diximus reſcribi poſſe ad propoſitum quæſitum, non differt ab eo quod diſcurſu Logiſtico infertur in ſolutione 9. problematis vniuerſalis; in quo propoſitus caſus ſpeculatiuus, conuenit cum caſu practico qui hic proponitur; atque ex hoc exemplo ſatis facile colligi poteſt, quomodo reliqua vniuerſalia problemata paulò antè propoſita in caſibus ſpeculatiuis, proponi poſſint in caſibus practicis.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

AD MAIOREM DEI GLORIAM.

Digitized by Google